

Длительность – 70 минут.

Заданий – 10.



Решение задач должно содержать необходимые пояснения. Все варианты ответов, если их несколько, должны быть указаны. Если ответ один, то должны быть объяснения, почему нет других вариантов ответов. Желаем успеха!☺

1. Вычислите: $28 + 516 + 534 + 472 + 466$

2. Как изменится сумма, если одно слагаемое увеличили на 2016, а второе уменьшили на 2015?

3. Маша купила на 200 рублей груш, а Катя на 200 рублей апельсинов. У какой из девочек вес фруктов оказался больше, если апельсины стоили 90 рублей за килограмм, а груши 110 рублей за килограмм?

4. Сколько различных отрезков изображено на рисунке?



5. Лифт поднимается с первого этажа на пятый за 40 секунд. За сколько секунд лифт поднимется с первого этажа на 10? Скорость движения лифта не меняется.

6. Школьник узнал, что шоколад способствует улучшению работы мозга, поэтому, проснувшись в день олимпиады “Уникум” в 8:00 утра, он съел шоколадную конфету, и в дальнейшем решил есть по одной конфете каждые полчаса. Сколько конфет успел съесть школьник до олимпиады, которая началась в 10:00? Последнюю конфету он съел одновременно с началом олимпиады.

7. Самообучающийся робот пока научился выполнять только два действия: он может к имеющемуся числу прибавить 3, а также может увеличить имеющееся число в два раза. Как робота из 2 получить 100?

8. На столе в ряд лежат 10 карточек с числами: 50, 25, 150, 2016, 280, 1000, 350, 20, 400, 70. Петя и Вася по очереди забирают себе по карточке (числа видны играющим), но брать можно только карточку лежащую с края (слева или справа). Начинает Петя. Когда каждый наберёт по 5 карточек, игра заканчивается. Тот, у кого сумма чисел окажется больше, выигрывает. Кто и как выиграет при правильной игре?

9. *Старинная задача.* Путешественник идет из одного города в другой 10 дней, а второй путешественник тот же путь проходит за 15 дней. Через сколько дней встретятся путешественники, если выйдут одновременно навстречу друг другу из этих городов?

10. Ангелина, как и вы, знает, что числами Фибоначчи называют такую последовательность чисел, которая начинается следующим образом: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, Как вы видите, каждый следующий член последовательности, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих. Поскольку Ангелине очень нравятся четные числа, то она решила посчитать – сколько четных чисел в последовательности Фибоначчи, начиная с первого и заканчивая 20 числом. Ангелина училась в школе на одни пятерки и подумав немного, она догадалась, что вовсе не обязательно вычислять все числа Фибоначчи, чтобы ответить на вопрос задачи. Достаточно подметить некоторую закономерность. Просим и вас ответить на вопрос – сколько четных чисел Фибоначчи среди первых двадцати чисел?



Длительность – 70 минут.

Заданий – 10.



Решение задач должно содержать необходимые пояснения. Все варианты ответов, если их несколько, должны быть указаны. Если ответ один, то должны быть объяснения, почему нет других вариантов ответов. *Желаем успеха!*☺

1. В саду посадили 2016 саженцев. Из всех саженцев, кроме 1000, выросли груши. На всех грушах, кроме 100, растут плоды. Плоды со всех плодоносящих груш, кроме одной, невкусные. На скольких грушах вкусные плоды?

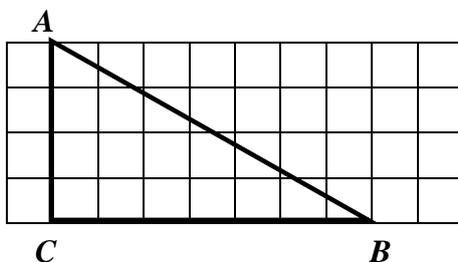
2. Какое одно и то же число надо записать в каждый из прямоугольников, чтобы равенство $4032 : \square = \square : 1008$

стало верным?

3. При подготовке к олимпиаде Уникум ученик планировал решить 120 задач за 30 дней. Однако он каждый день успевал решить на две задачи больше, чем планировал. Сколько задач решил ученик?

4. Можно ли числа 2; 4; 6; 8; 2016 записать в строку так, чтобы из любых двух соседних чисел одно делилось бы на другое.

5. Чему равна площадь треугольника ABC (см. рисунок), если длина стороны AC равна 4 см, а длина стороны BC равна 7 см?



6. Директор Центра «Стратегия» раздала четверым Уникумам, показавшим лучший результат на олимпиаде, 2016 вкусных конфет. Пятиклассник получил на две конфеты больше, чем шестиклассник. Четвероклассник – на две больше пятиклассника, а третьеклассник – на две больше четвероклассника. Сколько конфет у третьеклассника?

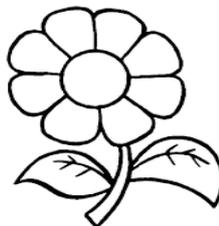
7. Разделите полоску на четыре одинаковые части (совпадающие при наложении) так, чтобы все части имели одну и ту же сумму чисел, записанных в клетках.

2001	2009	2016	2007	2012	2005	2004	2003
2008	2015	2010	2002	2013	2006	2011	2014

8. В прямоугольнике $ABCD$ стороны $AB = CD = 5$ см и $BC = AD = 10$ см. Точки Q и T середины сторон AB и CD . На стороне BC отмечены точки K и L так, что $BK = 2$ см и $BL = 5$ см. На стороне AD отмечены точки M и F так, что $AM = 2$ см и $AF = 5$ см. Определите, у какого четырехугольника площадь больше, у $QKTM$ или у $ALTF$.

9. Полина и Василина придумали игру.

Они нарисовали на бумаге картину – три белых цветочка. Потом девочки по очереди перекрашивают по одному цветочку, начинает Полина. Если цветок был белым, он становится красным, а если был красным – становится белым. Делая ход, игрок может выбрать любой цветочек (в том числе и ранее перекрашенный), но при условии, что после смены цвета картина не станет точно такой же, какой она была в какой-то предыдущий момент. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может гарантировать себе победу, как бы ни играл его соперник?



10. Найдите всевозможные решения ребуса: $СТРА + ТЕГ - ИЯ = 2016$. Здесь разные буквы обозначают разные цифры, причем согласным соответствуют цифры не больше пяти, а гласным соответствуют цифры больше пяти.





Решение задач должно содержать необходимые пояснения. Все варианты ответов, если их несколько, должны быть указаны. Если ответ один, то должны быть объяснения, почему нет других вариантов ответов. Желаем успеха!☺

1. Вычислите значение выражения $10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9$.

2. Замените каждую * цифрой так, чтобы получилось верное равенство: $**16 \cdot * = 120*6$. Укажите все возможные варианты замен, если их несколько. Объясните отсутствие других вариантов замен.

3. 2016 жителей острова правдолюбцев и лжецов встали в круг, и каждый из них заявил, что оба его соседа правдолюбцы. Сколько правдолюбцев и сколько лжецов могло быть среди этих 2016 человек? Укажите все ответы и обоснуйте их.

Правдолюбцами будем называть тех людей, которые всегда говорят только правду. Лжецами тех, которые всегда только лгут.

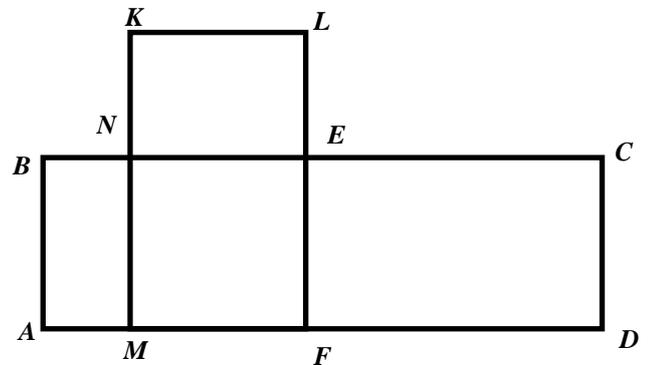
4. Из города *A* в поселок *B*, расстояние между которыми 30 км, вышел пешеход. Через некоторое время вслед за ним со скоростью 15 км/ч выехал велосипедист. Прибыв в *B*, велосипедист тотчас повернул обратно и ехал до второй встречи с пешеходом. Пешеход и велосипедист встречались дважды, причем расстояние от *B* во время второй встречи было таким же, как расстояние от *A* при первой встрече. Сколько времени шел пешеход от первой встречи с велосипедистом до второй встречи с ним?

5. В корзине лежат 9 бананов. Имеются электронные весы, с помощью которых можно узнать суммарный вес любых двух бананов. Помогите Уникуму за 6 взвешиваний найти общий вес всех бананов.

6. Четыре пирата решили разделить четыре золотых слитка массами 10 г, 12 г, 13 г и 15 г. За помощью они обратились к ювелиру-ростовщику. Он может взвесить и сравнить между собой два слитка, но в уплату за каждое взвешивание он забирает по 1 г от каждого из двух слитков. Сможет ли ювелир через несколько взвешиваний оставить пиратам равные слитки?

7. Уникум написал на доске число 20162016. Из него он вычел сумму цифр числа 20162016. Полученной разностью Уникум заменил число, записанное на доске. Описанные действия он продолжал до тех пор, пока на доске не осталась одна цифра. Какая цифра осталась на доске?

8. Посмотрите на рисунок и определите, у какого многоугольника площадь больше, у *MBKLCF* или у *AKLD*.



9. Василий, как и вы, знает, что числами Фибоначчи называют такую последовательность чисел, которая начинается следующим образом: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, Как вы видите, каждый следующий член последовательности, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих. Поскольку Василию очень нравятся числа и особенно число 8, то он решил посчитать – сколько чисел, которые делятся на 8 без остатка, встречается в последовательности, начиная с десятого (это число 55) и заканчивая пятидесятым по порядку числом Фибоначчи. Василий учился в школе на одни пятерки и, подумав немного, он догадался, что вовсе не обязательно вычислять все числа, чтобы ответить на вопрос задачи. Достаточно подметить некоторую закономерность. Просим и вас ответить на вопрос – сколько чисел Фибоначчи, кратных восьми среди чисел с номерами от 10-го до 50-го?

10. Петя и Вася придумали игру. Они нарисовали на бумаге картину – 4 белых яблока. Потом мальчики по очереди перекрашивают по одному яблоку, начинает Петя. Если яблоко было белым, оно становится зеленым, а если было зеленым – становится белым. Делая ход, игрок может выбрать любое яблоко (в том числе и ранее перекрашенное), но при условии, что после смены цвета картина не станет точно такой же, какой она была в какой-то предыдущий момент. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может гарантировать себе победу, как бы ни играл его соперник?





Решение задач должно содержать необходимые пояснения. Все варианты ответов, если их несколько, должны быть указаны. Если ответ один, то должны быть объяснения, почему нет других вариантов ответов.

Желаем успеха!☺

1. В саду посадили 2016 саженцев. Из всех саженцев, кроме 1000, выросли груши. На всех грушах, кроме 10, растут плоды. Плоды со всех плодоносящих груш, кроме одной, невкусные. На скольких грушах вкусные плоды?

2. Вычислите $\frac{2016 \cdot 2018 - 2015}{3 + 2018 \cdot 2015}$.

3. Замените каждую * цифрой так, чтобы получилось верное равенство: $**16 \cdot * = 1*0*6$. Укажите все возможные варианты замен, если их несколько. Объясните отсутствие других вариантов замен.

4. Число 111...111 (1008 единиц) умножили на 1001. Какова сумма цифр получившегося числа?

5. Трудно найти черную кошку в тёмной комнате. Однако трём жителям острова правдолюбцев, лжецов и хитрецов удалось точно проверить наличие кошки в одной и той же комнате.

После этого каждый из них сделал по три следующих высказывания.

I: Я лжец. Комната темная. Кошка в комнате.

II: Я хитрец. Комната светлая. Кошка в комнате.

III: Я правдолюбец. Комната темная. Кошки в комнате нет.

Так была ли кошка в комнате во время эксперимента? Обоснуйте.

За время эксперимента освещение в комнате не менялось, кошка в комнату не забежала и не выбегала из неё.

Известно, что правдолюбцы всегда говорят только правду, лжецы всегда только лгут, хитрецы говорят правду и ложь точно через раз.

6. Из города A в поселок B , расстояние между которыми 30 км, вышел пешеход. Через некоторое время вслед за ним выехал велосипедист со скоростью в четыре раза большей, чем скорость пешехода. Прибыв в B , велосипедист тотчас повернул обратно и ехал до второй встречи с пешеходом. Пешеход и велосипедист встречались дважды, причем расстояние от B во время второй встречи было таким же, как расстояние от A при первой встрече. Найдите это расстояние.

7. Имеется 9 сундуков с золотом весом 10, 20, ..., 90 кг (на сундуках написан их вес). Вредный пират Микитка покопался в одном из сундуков и стащил оттуда немного монет (не более 1 кг). Как за два взвешивания на двухчашечных весах без гирь, определить, в какой из сундуков сунул свой нос Микитка?

8. Уникум выписал все двухзначные числа, а затем посчитал две суммы. Для подсчета первой суммы он вычислил в каждом двухзначном числе произведение его цифр, а затем сложил все полученные произведения. Для подсчета второй суммы он вычислил в каждом двухзначном числе сумму его цифр, а затем сложил все полученные суммы. Чему равна разность двух найденных сумм?

9. На столе в ряд лежат 100 карточек с произвольными целыми числами, их сумма нечетна. Петя и Вася по очереди забирают себе по карточке, но брать можно только карточку лежащую с края (слева или справа). Начинает Петя. Когда каждый наберёт по 50 карточек, игра заканчивается. Тот, у кого сумма чисел окажется больше, выигрывает. Может ли Петя действовать так, чтобы всегда выигрывать у Васи, как бы тот не сопротивлялся, и какие бы числа не были записаны на карточках?

10. В начале по кругу стоят в порядке возрастания все натуральные числа от 1 до 2016. Каждым своим ходом первый игрок прибавляет к двум соседним числам по одинаковому натуральному числу (добавляемые числа могут при различных ходах меняться), а второй может поменять любые два соседних числа местами или пропустить свой ход. Первый выигрывает, если все числа станут равными. Всегда ли второй сможет ему помешать?

