

Матбои-2016, 10.04.2016, полуфинал Б



1. Имеется последовательность из 2016 натуральных чисел, причём каждое следующее больше предыдущего на 15. Верно ли, что в рассматриваемой последовательности есть пара чисел, оканчивающихся на три одинаковые цифры?

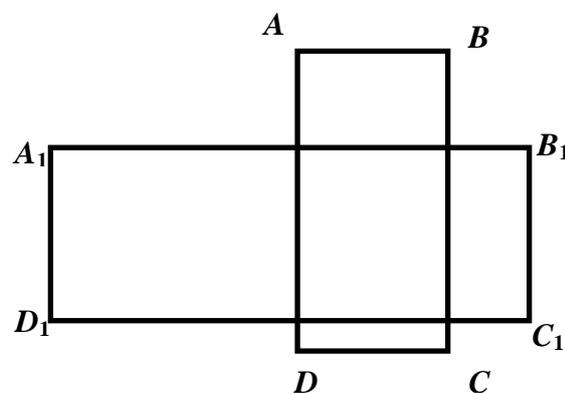
2. Можно ли квадрат со стороной 1 разделить на 2016 непересекающихся квадрата?

3. Равносторонний треугольник перемещают, отражая от одной из его сторон (выбор стороны произволен на каждом шаге). После n отражений он вернулся на прежнее место. Может ли n быть равно 2015? А если бы перемещался правильный шестиугольник?

4. Найдите все целые a и b , для которых верно равенство:

$$6a^2b + 4a^2 - 5ab - 8a + b + 3 = 0.$$

5. Прямоугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ таковы, что $AB \parallel A_1B_1$, а каждый из отрезков AD и BC пересекает каждый из отрезков A_1B_1 и C_1D_1 . Могут ли четырёхугольники AB_1CD_1 и A_1BC_1D , быть не равны по площади?



6. Сейф закрыт на кодовый замок, имеющий переключатели, которые могут принимать положение двух видов: —, |.

Переключатели расположены в клетках таблицы 5×6 и первоначально занимают положение, показанное на рисунке. При повороте одного переключателя вместе с ним поворачиваются все переключатели, находящиеся с ним в одной строке и в одном столбце. Получится ли открыть сейф? Сейф открыт, если все переключатели имеют вид: —.

	—	—		—	—
			—		—
—		—		—	
—				—	
	—		—		

7. Определите, имеется ли среди натуральных чисел число, кратное 2016, сумма цифр которого равна 2016.

8. В системе координат $Oxyz$, плоскости вида $x = S$, $y = S$, $z = S$ (S принимает все возможные целочисленные значения), разбивают пространство на кубики. Каждый кубик раскрашен в 1 из 2016 цветов. Два цвета называются соседними, если есть два соседних по грани кубика этих цветов. Какое минимальное значение может принимать количество пар соседних цветов (цвет может соседствовать сам себе)?