Решения и методические рекомендации по проверке

14 мая 2019 г. Олимпиада 3 класс. Длительность – 70 минут. Заданий – 10.

1. Выполните действия: 432 + 19 + 455 + 68 + 45 + 982 + 18.

Укажите самый простой порядок выполнения действий.

Ответ: (432 + 68) + (982 + 18) + (455 + 45) + 19 = 2019 (порядок действий может быть и несколько иной).

2. На тарелке лежат 6 яблок. Аня взяла столько же яблок, сколько каждая из её двух сестёр. Сколько яблок взяла Аня?

Решение. Каждая из трёх девочек взяла одинаковое число яблок, поэтому Аня взяла третью часть от всех яблок. Третья часть от 6 равна 2.

В задаче сказано, что Аня взяла столько же яблок, сколько и ее сестры, это значит, что яблок у них поровну.

6 : 3 = 2 яблока.

Ответ: 2 яблока.

3. Два Уникума шифровали числа. Первый вместо нечетной цифры рисовал кружок, а вместо четной – квадрат. Второй Уникум закрашивал в каждом зашифрованном числе большую цифру. Например, число 41 в зашифрованном виде выглядит так: ■ ○ .

Какие из перечисленных чисел 20, 21, 24, 36, 43, 44, 69, 85, 89 можно зашифровать такой же картинкой?

Решение. Подчеркиваем числа, в которых первая цифра четная и больше второй – нечетной. Таких чисел 3.

20, <u>21</u>, 24, 36, <u>43</u>, 44, 69, <u>85</u>, 89.

Ответ. 21; 43; 85.

4. У Даши 16 бантиков, некоторые из них красные, некоторые – синие. Известно, что имеется хотя бы один синий бантик, а из любых двух бантиков – один точно красный. Сколько у Даши красных бантиков?

Решение. 1. Синих бантиков не более одного, иначе, нарушается условие: “из любых двух бантиков – один точно красный”. Синих бантиков один или ноль.

Для выполнения условия: “имеется хотя бы один синий бантик”, синий бантик должен быть. Поэтому красных бантиков 15 штук.

Ответ: 15 бантиков.

5. В новогоднюю ночь герои мультфильма «Смешарики»: Ежик, Крош, Нюша и Бараш получили в подарок по фотоаппарату. Все герои поочередно сделали по одному снимку каждого из друзей. Какое общее количество снимков у них получилось? Других снимков, кроме фотографий вышеперечисленных друзей, они не делали.

Решение. В рассматриваемой задаче всего четыре героя. Ежик сфотографировал Кроша, Нюшу и Бараша. Крош сфотографировал Ежика, Нюшу и Бараша; Нюша – Ежика, Кроша и Бараша, а Бараш – Ежика, Кроша и Нюшу. Соответственно, каждый герой сделает по 3 снимка каждого друга. Всего получится 12 снимков.

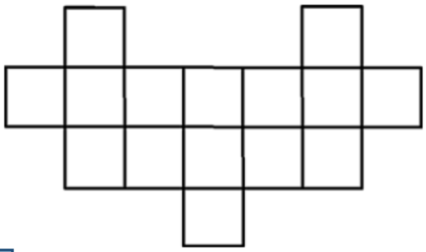
Ответ: 12 снимков.

6. Винни Пух и Пятачок пришли в гости к Кролику. Погрузившись в интеллектуальный разговор, они выяснили, что в следующем 2020 году Винни Пух будет старше Кролика на 3 года, а Пятачок младше Кролика на 4 года. Сколько лет каждому из них исполнилось или исполнится в этом году, если Кролик год назад праздновал свое семилетие?

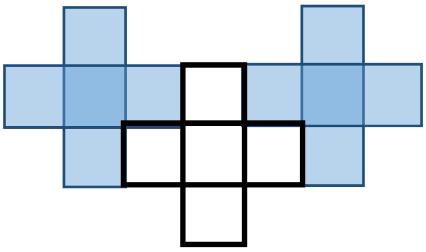
Решение. Анализируя задачу, понимаем, что сейчас идет 2019 год. В 2018 году (год назад) Кролику исполнилось 7 лет. Соответственно в 2019 году ему будет 8 лет. Винни Пух старше Кролика на 3 года, значит ему сейчас 8 + 3 = 11 лет. Пятачок младше Кролика на 4 года, значит ему 8 – 4 = 4 года.

Ответ: Кролику 8 лет, Винни Пуху 11 лет, Пятачку 4 года.

7. Рика и Морти пленили воинственные, но образованные ксеноморфы, уважающие способность к логическому, пространственному и аналитическому мышлению. Они дали пленникам фигуру, изображённую на рисунке. Условие освобождения – Рику и Морти необходимо разделить фигуру на 3 одинаковые (по форме и размеру) части.



Решение.



8. На Газорпазорпе Рик обнаружил гиганта, развлекающего себя следующим образом: он расставил 25 клеток в форме квадрата 5 х 5, посадил в каждую по зигерионцу, и после того, как гигант делал хлопок в ладоши, каждый из зигерионцев переходил в клетку, имеющую общую сторону с прежней. Докажите, что после первого хлопка, вне зависимости от способа перемещения, как минимум одна из клеток осталась бы свободной.

Доказательство. Раскрасим клетки в шахматном порядке. Имеем 13 черных (например) и 12 белых. При переходе меняется цвет. Каждый из черной клетки перемещается в белую (как минимум в одной из белых будет более одного зигерионца), а каждый из белой оказывается в черной. Таким образом, максимально может быть заполнено по 12 черных и белых клеток, и одна черная, как минимум, будет пустовать.

9. В коробке лежат карандаши и фломастеры красного и синего цветов. Оказалось, что синих карандашей сколько же, сколько красных фломастеров. Чего в коробке больше, фломастеров или пишущих принадлежностей синего цвета?

Решение. Решение: самое наглядное, что можно сделать – это нарисовать такую таблицу:

	Красные	Синие	Всего
Карандаши	B	A	
Фломастеры	A	C	$A + C$
Всего		$A + C$	

Ответ: одинаково.

10. Шрек поселился в одном из болот под Липецком. В один день он решил осмотреть свое болото. Оно представляет собой прямоугольник 9 х 11, разбитый на квадратики 1 х 1. Шрек может передвигаться на соседнюю по стороне клетку – “осушая” её. Если он попадёт на уже осушенную клетку, то он потеряет сверхспособность осушать клетки. Шрек хочет обойти каждую клетку и вернуться в исходную, осушив всё болото. Сможет ли он это сделать?

Решение. Раскрасим это поле в два цвета (белый и черный) в шахматном порядке. Так как $9 \cdot 11 = 99$ нечетное число, то количество клеток какого-то цвета на одну больше, чем другого. Заметим, что при переходе в соседнюю клетку, Шрек меняет цвет текущей клетки (клетки, в которой он находится в данный момент). Для того чтобы обойти все поле и вернуться в исходную клетку, Шрек должен сменить текущий цвет 99 раз. Через 99 (или любое нечётное число) шагов Шрек должен оказать на клетке другого цвета, поэтому вернуться в исходную клетку через 99 шагов у него не получится.

Ответ: нет.

Решения и методические рекомендации по проверке

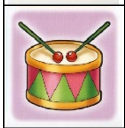
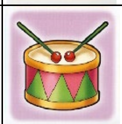
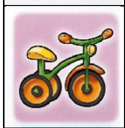
14 мая 2019 г. Олимпиада 4 класс. Длительность – 70 минут. Заданий – 10.

1. Выполните действия: 250 · 2019 · 4. Укажите самый простой порядок выполнения действий.

Решение. 250 · 2019 · 4 = (250 · 4) · 2019 = 2 019 000 (порядок действий может быть и другой).

Ответ: 2 019 000.

2. Найдите цену барабана, если общая стоимость всех игрушек, расположенных в таблице по вертикали и горизонтали, указана в соответствующей строке или соответствующем столбце. Суммы даны в рублях. Если ячейки пустые, то значит соответствующие суммы неизвестны.

				Сумма
				**900**
				**880**
				***M***
Сумма	***M***			

Решение. Общая стоимость игрушек в нижней строке и первом столбце одинакова (обе обозначены одним и тем же неизвестным – M). Сравним:

Велосипед + барабан+ мяч = M;

Велосипед + барабан+ матрешки = M.

Значит, цены игрушек – матрешки и мяча равны.

Рассматривая верхнюю строчку, находим цену матрешки и мяча: 900 : 3 = 300.

Из средней строки получаем цену барабана: (880 – 300) : 2 = 290.

Ответ: цена барабана равна 290 руб.

3. Два Уникума шифровали числа. Первый вместо нечетной цифры рисовал кружок, а вместо четной – квадрат. Второй Уникум закрашивал в каждом зашифрованном числе большую цифру. Например, число 41 в зашифрованном виде выглядит так:  **.**

Какое максимальное количество чисел они могли зашифровать в виде такой же картинки?

Решение. Так зашифровывают двузначные числа, в которых на первом месте в числе могут стоять цифры 2, 4, 6, 8.

На втором месте – нечетные, которые меньше перечисленных. С двойкой только единица, с четверкой – только 1 или 3, с шестеркой – 1, 3, 5, с восьмеркой – 1, 3, 5, 7.

Получаем, что так зашифровано 10 чисел: 21, 41, 43, 61, 63, 65, 81, 83, 85, 87.

Ответ: 10 чисел.

4. Уникум поднимался домой по лестнице и насчитал 176 ступенек. На каком этаже живёт Уникум, если известно, что для подъема на один этаж надо пройти 22 ступеньки?

Решение. Поскольку 176 : 22 = 8, то Уникум с первого этажа поднимается на 8 этажей. Значит, Уникум живёт на девятом этаже.

Ответ: на 9 этаже.

5. В салоне одежды продается 5 разных рубашек, 3 разных галстука и 4 разных пиджака. Уникум хочет купить два предмета одежды с разными названиями. Сколько у него есть вариантов это сделать?

Решение. Возможны три случая: первый – покупается рубашка с брюками, второй – рубашка с пиджаком, третий – брюки с пиджаком. В каждом из этих случае считаем количество возможных вариантов. В первом – 15, во втором – 20, а в третьем – 12. Складывая, получаем общее число вариантов: 47.

Ответ: 47.

6. Рик и Морти на планете Сквонч купили одинаковые телепорты. Сколько стоит один телепорт, если Морти уплатил стоимость телепорта купюрами по 3 у.в.м.е (условные валютные межгалактические единицы), а Рик – купюрами по 5 у.м.в.е., а всего они дали в кассу меньше 10 купюр?

Решение. Стоимость телепорта кратна 3 и 5, т.е. кратна 15. Итого возможна стоимость в 15 у.в.м.е., следующая цена – 30, но тогда один Морти отдал бы 10 купюр, что уже не удовлетворяет условию.

Ответ: 15 у.в.м.е.

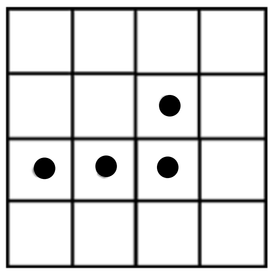
7. Рик разложил на карточках число 4352 и попросил Морти перестановкой карточек получить число, большее исходного. Так сложилось, что во всех параллельных мирах все Рики и Морти занимались тем же, причем все числа во всех мирах оказались различными. Каково максимальное количество параллельных миров могло существовать (учитывая и исходный мир)?

Решение. Задача сводится к количеству комбинаций, получаемых перестановкой цифр. Единственный вариант получить большее число – переставить 5 на второе или первое место:

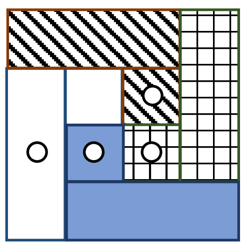
а) 4532; 4523;

б) 5432; 5423; 5342; 5324; 5243; 5234.

Ответ: 9 (с учётом исходного мира).



8. Рика и Морти пленили воинственные, но образованные ксеноморфы, уважающие способность к логическому, пространственному и аналитическому мышлению. Они дали пленникам доску 4 х 4, в которую встроили 4 камня. Условие освобождения – Рику и Морти необходимо разделить доску на 4 одинаковые (по форме и размеру) части, каждая из которых будет содержать ровно один камень.



Решение.

9. В какое наименьшее количество цветов можно раскрасить клетки тетрадного листа 10 x 10, так чтобы одноцветные клетки не имели ни общей стороны, ни общей вершины.

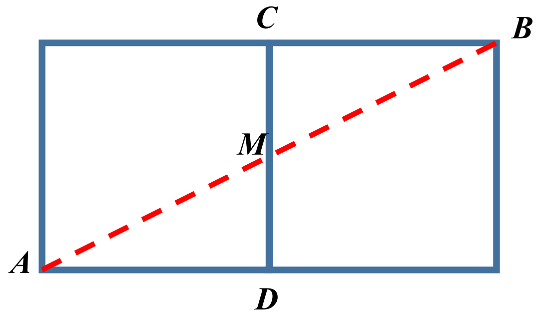
Решение. 1. Оценка. Рассмотрим квадратик 2 x 2. Все его клетки соседствуют, значит цветов не меньше четырёх.

2. Пример:

1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4	3	4

Ответ: в 4 цвета.

10. Улитка путешествует по подвешенному на нитке кубику. Улитка стремится проползти <u>максимально коротким</u> путём из некоторой вершины *A* кубика до противоположной ей вершины *B*. Опишите возможные <u>максимально короткие</u> траектории движения улитки и определите их количество.



Решение. Рассмотрим развёртку двух соседних граней кубика. Кратчайший путём между двумя точками на плоскости является отрезок, соединяющий эти точки. Поэтому искомая <u>максимально короткая</u> траектория движения улитки *AMB*, где *M* середина некоторого ребра, не выходящего из вершин *A* и *B*.

В кубе шесть рёбер, не выходящих из противоположных вершин *A* и *B*, поэтому и возможных <u>максимально коротких</u> траекторий движения улитки тоже шесть.

Ответ: искомая траектория движения улитки *AMB*, где *M* середина некоторого ребра, не выходящего из вершин *A* и *B*; таких траекторий шесть.

Решения и методические рекомендации по проверке

14 мая 2019 г. Олимпиада. 5 класс. Длительность – 80 минут. Заданий – 10.

1. Многие считают, что первые задачи должны быть простыми, мы так не считаем, поэтому просим найти две последние цифры числа: 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5.

Решение. 5 · 5 = 25. Если две последние цифры числа 2 и 5, то при умножении на 5 будет получаться число, у которого также две последние цифры 2 и 5.

Ответ: 2 и 5.

2. На данный момент всю страну Уникумию волнует вопрос: “Существуют ли натуральные числа, произведение цифр которых равно 2019?” Сможете ли вы прекратить волнения?

Решение. Разложим 2019 на простые множители: 2019 = 3 · 673. Цифры – это 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, 673 > 9 – противоречие.

Ответ: волнения прекратить можно, нет, не существуют.

3. Два Уникума шифровали числа. Первый вместо нечетной цифры рисовал кружок, а вместо четной – квадрат. Второй Уникум закрашивал в каждом зашифрованном числе большую цифру. Например, число 41 в зашифрованном виде выглядит так: ■○.

Каких чисел они зашифровали больше: ■○ или ●□, и на сколько?

Решение. В виде картинки ■○ зашифровывают двузначные числа, в которых на первом месте в числе могут стоять цифры 2, 4, 6, 8. На втором месте – нечетные, которые меньше перечисленных.

С двойкой только единица, с четверкой – только 1 или 3, с шестеркой – 1, 3, 5, с восьмеркой – 1, 3, 5, 7.

Получаем, что так зашифровано 10 чисел: 21, 41, 43, 61, 63, 65, 81, 83, 85, 87.

В виде картинки ●□ числа с цифрами 1, 3, 5, 7 или 9 на первом месте, а на втором – четные, меньшие перечисленных.

Получим числа: 10, 30, 32, 50, 52, 54, 70, 72, 74, 76, 90, 92, 94, 96, 98. Их всего 15.

Значит больше зашифровано чисел второго вида, больше на 5.

Ответ: чисел, зашифрованных в виде картинки ●□ больше на 5.

4. Рик делал гравировку на стене, украшая фасад дома, и записал выражение 3 · 3 + 3 : 3 – 3. Но не успел и телепортировался. Закончить попросил Морти – осталось выгравировать скобки так, чтобы значение этого выражения было равно а) 3; б) 9; в) 1. Вот только где их ставить – не уточнил. Помогите Морти решить эту проблему.

Ответ: а) 3 · (3 + 3 : 3 – 3); б) 3 · (3 + 3 : 3) – 3; в) (3 · 3 + 3) : 3 – 3.

Примечание. Варианты расстановки скобок могут быть и иными.

5. Саша, Петя и Дима решили прокатиться на колесе обозрения. Каждый сел в отдельную кабинку. Кабинки были пронумерованы по порядку последовательными натуральными числами. Саша сел в 26 кабинку, Дима в 7 кабинку, а Петя в кабинку с последним номером. В какую кабинку сел Петя, если известно, что, когда Саша был на самом верху, Дима находился в самой нижней точке?

Решение. Колесо имеет форму круга. Значит можно посчитать, сколько кабинок приходится на половину круга: 26 – 7 – 1 = 18 кабинок (кабинки 26 и 7 не учитываем). Значит на вторую половину круга приходится также 18 кабинок. Тогда общее количество кабинок будет равно: 18 + 18 = 36 кабинок и еще прибавим кабинки 26 и 7: 36 + 2 = 38 кабинок.

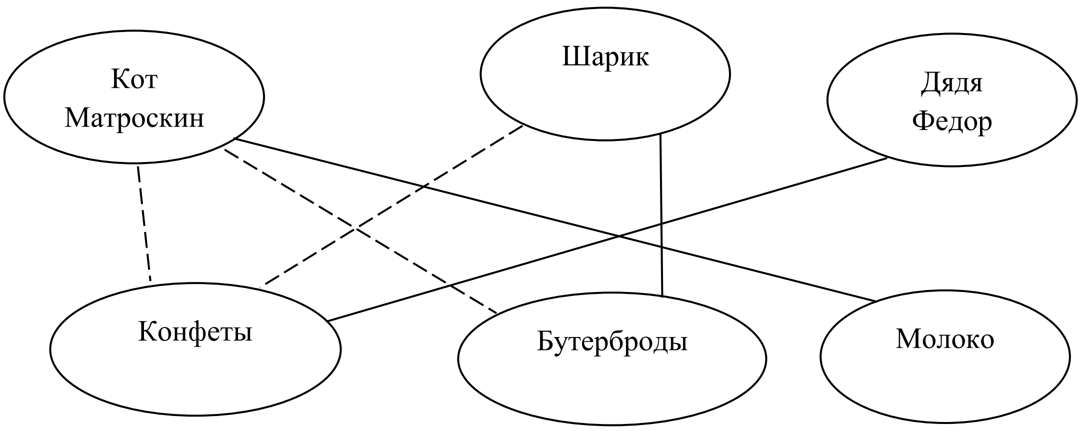
Так как Петя сел в последнюю кабинку, то номер его кабинки будет совпадать с количеством кабинок.

Ответ: 38 кабинок.

6. В знакомой деревне «Простоквашино», в уютном домике на обеденном столе находились конфеты, бутерброды и молоко. Проголодавшись, Кот Матроскин, Шарик и Дядя Федор решили перекусить. Определите, кто что выбрал, если известно, что Кот Матроскин, Шарик и любитель конфет никогда не унывают, а Кот Матроскин и любитель бутербродов вместе делают по утрам зарядку.

Решение. Рассмотрим два множества: множество героев мультфильма и множество продуктов.

Если элементу из одного множества соответствует элемент другого множества, будем соединять эти элементы сплошной линией, если не соответствует – то штриховой. Если какая-то точка оказывается соединенной с двумя точками другого множества штриховыми линиями, то с третьей точкой она должна быть соединена сплошной. Поэтому граф на рисунке будет выглядеть следующим образом:



Ответ: Кот Матроскин выбрал молоко, Шарик – бутерброды, Дядя Федор – конфеты.

7. На доске записаны числа 18 и 57. Разрешается дописывать на доску новые числа, равные сумме, разности или произведению любых двух (по выбору) уже имеющихся на доске чисел. Можно ли таким способом получить на доске число 2019?

Решение. Один из возможных вариантов:

18; 57; 57 – 18 = 39; 18; 57; 39; 39 – 18 = 21; 18; 57; 39; 21; 21 – 18 = 3.

В дальнейшем число 2019 можно получить следующим образом: 2019 = 57 + 3 · 654 (к числу 57 прибавим 654 раза число 3).

Ответ: да, можно.

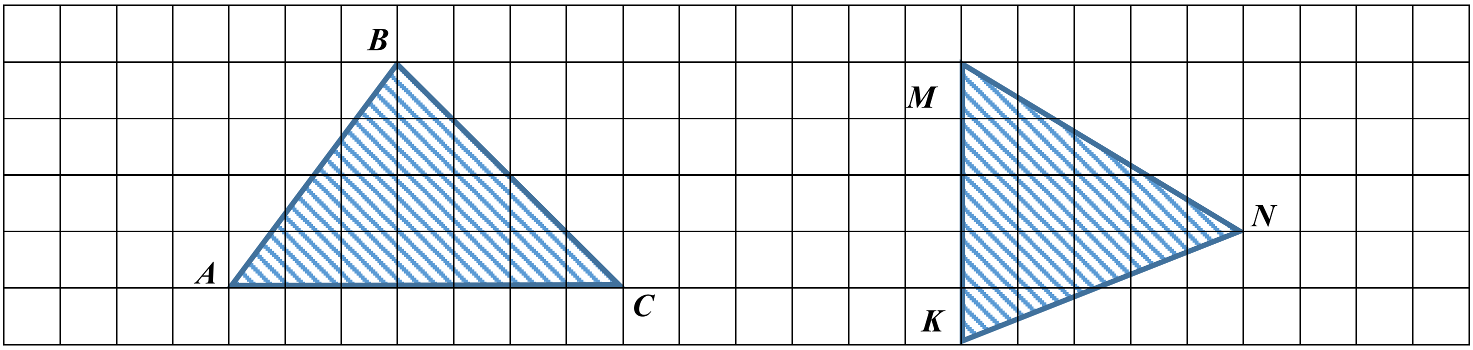
Комментарий. Есть и другие способы получения числа 2019.

8. Рик и Морти на планете Сквонч купили одинаковые телепорты. Сколько стоит один телепорт, если Морти уплатил стоимость телепорта купюрами в 15 у.в.м.е (условные валютные межгалактические единицы), а Рик – купюрами в 21 у.м.в.е., всего они дали в кассу не менее 10 купюр, но уложились в налоговый лимит, составляющий на тот момент на Сквонче 250 у.в.м.е. на человека?

Решение. Стоимость приобретенного телепорта кратна 15 (3 и 5) и 21 (3 и 7), т.е. кратна 3 · 5 · 7 = 105. На 105 у.в.м.е. всего потребуется 12 купюр, что больше 10. Стоимость равная 2 · 105 = 210 у.в.м.е., также подходит. Следующая стоимость 315 > 250 и уже выходит за пределы налогового лимита.

Ответ: 105 у.в.м.е. или 210 у.в.м.е.

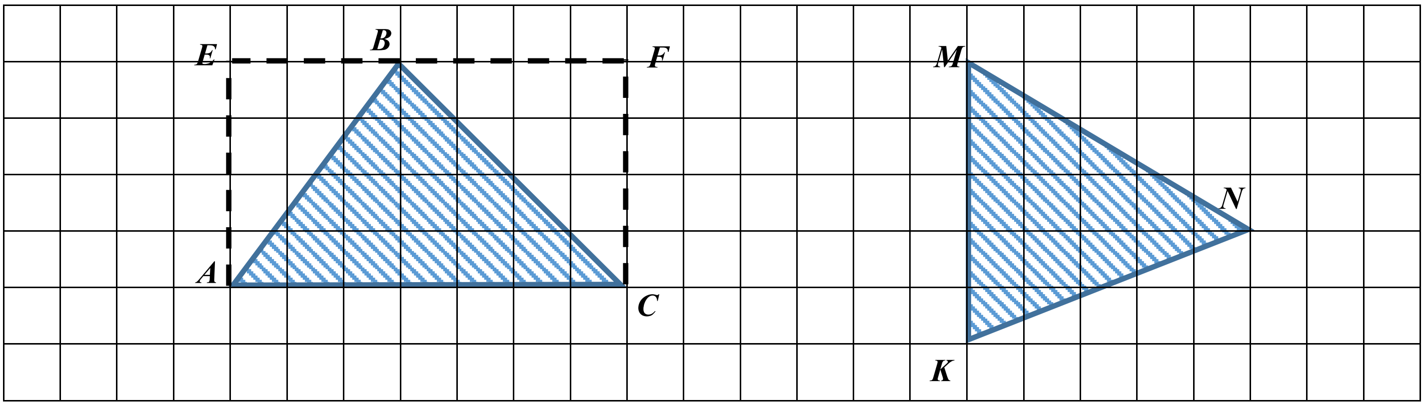
9. Кот Матроскин решил расширить своё хозяйство в деревне Простоквашино и приобрести один из двух участков, изображение которых приведено ниже. Помогите коту Матроскин определить какой из участков имеет большую площадь.



Решение. Достроим треугольник *ABC* до прямоугольника *AEFC*. Площадь треугольник *ABC* в два раза меньше площади прямоугольника *AEFC*. Площадь прямоугольника *AEFC* равна 4 · 7 = 28, значит площадь треугольник *ABC* равна 14.

Аналогично, площадь треугольника *MNK* равна 5 · 5 : 2 = 12,5.

Ответ: треугольник *ABC* имеет большую площадь.



10. На Газорпазорпе Рик обнаружил гиганта, развлекающего себя следующим образом: он разделил круг на 18 секторов перегородками, поместив в каждый сектор по зигерионцу. По хлопку какие-то два зигерионца переходили в соседний сектор. Могло ли получиться, что через какое-то количество хлопков все зигерионцы оказались бы в одном секторе? Сектор – это часть круга, которая ограничена двумя радиусами и дугой между этими радиусами.

Доказательство. 1 способ. Занумеруем сектора по порядку: 0; 1; 0; 1; 0 и т.д. Обозначим через S сумму номеров секторов, в которых находятся зигерионцы, каждый номер сектора участвует в сумме столько раз, сколько зигерионцев в нём. Первоначально $S = 9$. После перемещения двух зигереонцев в соседние сектора четность числа S (так как меняется чётность двух слагаемых) не меняется. Если бы все зигерионцы оказались в одном секторе, то число S оказалось бы кратным 18 ($S = 18$ или $S = 0$), а значит четным. Противоречие, следовательно, все зигерионцы оказаться в одном секторе не могли.

2 способ. Занумеруем сектора по порядку: 1; 2; 3; 4; 5 и т.д. Обозначим через S сумму номеров секторов, в которых находятся зигерионцы, каждый номер сектора участвует в сумме столько раз, сколько зигерионцев в нём. Первоначально $S = 171$. После перемещения двух зигереонцев в соседние сектора четность числа S (так как меняется чётность двух слагаемых) не меняется. Если бы все зигерионцы оказались в одном секторе, то число S оказалось бы кратным 18, а значит четным. Противоречие, следовательно, все зигерионцы оказаться в одном секторе не могли.

3 способ. Занумеруем сектора по порядку: 1; – 1; 1; –1; 1; – 1 и т.д. Инвариантом будет являться произведение номеров секторов, в которых находятся зигерионцы, каждый номер сектора участвует в произведении столько раз, сколько зигерионцев в нём. На каждом шаге меняются знаки у двух множителей указанного произведения. Первоначально произведение – 1, а если бы все зигерионцы оказались в одном секторе, то произведение должно было равняться 1. Получили противоречие, значит все зигерионцы оказаться в одном секторе не могли.

Решения и методические рекомендации по проверке

14 мая 2019 г. Олимпиада. 6 класс. Длительность – 80 минут. Заданий – 10.

1. Решите уравнение

$$\mathbf{2x + 241 + 542 = 1241 + 1542 + 19 + x.}$$

Выберите самый простой способ решения.

Решение. $x = (1241 – 241) + (1542 – 542) + 19$, $x = 2019$.

Возможны и другие простые способы решения.

Ответ: 2019.

2. Расстояние от Доброго до Волово составляет 209 км, от Доброго до Липецка 41 км, от Липецка до Хлевного 65 км, от Хлевного до Волово 103 км. Каково расстояние от Липецка до Волово?

Решение. Сумма расстояний от Доброго до Липецка, от Липецка до Хлевного и от Хлевного до Волово равна расстоянию от Доброго до Волово, значит, все эти населенные пункты лежат на одной прямой. Поэтому искомое расстояние равно 168 км.

Ответ: 168 км.

3. А : Б : В + Г : Д : Е + Ж : З : И = 1. Замените буквы цифрами, что бы получилось верное равенство (все цифры, используемые для замен, должны быть различны).

Ответ: например, 2 : 1 : 4 + 9 : 3 : 6 + 0 : 5 : 7 = 1 или 5 : 4 : 3 + 7 : 6 : 2 + 0 : 8 : 9 = 1.

4. В Центре «Стратегия» на полке стояли вазы. Участники образовательных смен разбили на две вазы меньше, чем восьмая часть от всех ваз, а потом 40% оставшихся ваз. После этого в Центре «Стратегия» на полке осталось стоять 18 ваз. Сколько ваз было на полке первоначально?

Решение. 18 ваз составляют 60% оставшихся в первый раз, значит, тогда осталось $18 : 60 \cdot 100 = 30$ ваз. В свою очередь, эти 30 ваз без двух ваз составляют семь восьмых от начального числа ваз. Значит, на полке было 32 вазы.

Ответ: 32 вазы.

5. Два Уникума шифровали числа. Первый вместо нечетной цифры рисовал кружок, а вместо четной – квадрат. Второй Уникум закрашивал в каждом зашифрованном числе большую цифру. Например, число 41 в зашифрованном виде выглядит так: ■○ .

Сколько чисел зашифровано такой картинкой ■○□ ?

Решение. В виде картинки ■○ зашифровывают двузначные числа, а в виде картинки ■○□ – трехзначные, у которых на первом месте в числе могут стоять цифры 2, 4, 6, 8. На втором месте – нечетные, на третьем – четные, которые меньше первой цифры.

С двойкой только единица и ноль (число 210);

с четверкой – только 1 или 3, и 2 или 0, т.е. числа 410, 412, 430, 432;

с шестеркой – 1, 3, 5 – на втором месте и 0, 2, 4 – на третьем, всего $3 \cdot 3 = 9$ чисел;

с восьмеркой – 1, 3, 5, 7 – на первом месте, а на третьем – 0, 2, 4, 6, всего $4 \cdot 4 = 16$ чисел.

Получаем, что так зашифровано $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ чисел.

Ответ: 30 чисел.

6. Рик пообещал Морти небольшую оплату за помощь в его делах – за месяц (30 дней) он должен выплатить 90 тугриков и 1 билет в кино. Через 3 дня Морти решил разорвать договор (ввиду неуспеваемости в школе) и потребовал оплаты, после чего получил только билет. Сколько стоил билет?

Решение. 3 дня – десятая часть от месяца. Тогда другие девять из десяти частей оплачиваются в 90 тугриков. Значит, одна из 10 частей – 10 тугриков.

Ответ: 10 тугриков.

7. Рик делал гравировку на стене, украшая фасад дома, и записал выражение 1 2 + 3 7 – 2 3, но не успел доделать работу и телепортировался. Закончить попросил Морти – осталось выгравировать скобки и знаки умножения так, чтобы значение этого выражения было равно а) 15; б) 57. Вот только где их ставить – не уточнил. Помогите Морти решить эту проблему.

Ответ: а) $15 = (1\ 2 + 3) \cdot (7 - 2 \cdot 3)$; б) $57 = 1\ 2 + 3 \cdot (7 - 2) \cdot 3$.

Примечание. Варианты расстановки скобок и знаков умножения могут быть и иными.

8. Мимо железнодорожного вокзала в Липецке за определенный промежуток времени прошло три поезда. В первом поезде было 418 пассажиров, во втором – 494, в третьем – 456. Помогите Уникуму определить, сколько пассажирских вагонов было в каждом поезде, если известно, что в каждом вагоне ехало одинаковое число пассажиров, причем это число наибольшее из возможных по условию задачи.

Решение. Найдем наибольший общий делитель чисел 418, 494, 456, для чего разложим их на простые множители. Имеем: $418 = 2 \cdot 11 \cdot 19$; $494 = 2 \cdot 13 \cdot 19$;

$456 = 2^3 \cdot 3 \cdot 19$. Значит, НОД (418, 494, 456) = 38, т.е. в каждом вагоне ехало по 38 пассажиров. Следовательно, в первом поезде 11 вагонов, во втором – 13 вагонов, а в третьем 12 вагонов.

Ответ: в первом поезде 11 вагонов, во втором – 13 вагонов, а в третьем 12 вагонов.

9. У царя Уникумона было пять одинаковых сундучков, в каждом из которых лежало равное количество монет. В четырех сундучках были золотые монеты, а в пятом – позолоченные. Золотая монета весит 10 грамм, а позолоченная 9 грамм. При переносе сундучков в другую комнату, они перепутались. Помогите царю, за одно взвешивание на электронных весах, определить в каком

сундучке позолоченные монеты. Царь Уникумон был не беден, и в каждом сундучке было не мало монет.

Решение. Каждый сундучок обозначим, например, 1-й, 2-й, 3-й, 4-й, 5-й. Из первого сундучка берём одну монету, из второго – 2 монеты, из третьего – 3 монеты, из четвёртого – 4 монеты, из пятого – 5 монет и кладём эти монеты на весы. Если бы все монеты были золотые, то их вес был бы $10 \cdot 15 = 150$ г. Но по условию – в одном из сундучков позолоченные монеты.

Если таковые находятся в первом сундучке, то на весах будет $10 \cdot 14 + 1 \cdot 9 = 149$ г.

Если таковые находятся во втором сундучке, то на весах будет $10 \cdot 13 + 2 \cdot 9 = 148$ г.

В 3 сундучке – $10 \cdot 12 + 3 \cdot 9 = 147$ г.

В 4 сундучке – $10 \cdot 11 + 4 \cdot 9 = 146$ г.

В 5 сундучке – $10 \cdot 10 + 5 \cdot 9 = 145$ г.

10. Уникум занимается освещением плоской комнаты в форме многоугольника. Для этого он помещает внутрь комнаты точечные лампочки. Свет от стен комнаты не отражается. Приведите пример комнаты, для освещения которой Уникуму потребуется ровно три лампочки, не забудьте обосновать то, что меньшего числа лампочек не хватит.

Решение. Пример. Достаточно точечных лампочек *A, B, C*.

Оценка. Нельзя расположить точечную лампочку так, чтобы она одновременно освещала две из точек *M, N, K*, следовательно, требуется не менее трёх лампочек.

Комментарий. Конечно, возможны другие примеры, удовлетворяющие условию задачи, и другие способы доказательства.