

## Решения и методические рекомендации по проверке

26 мая 2013 г. Олимпиада 3 класс. Длительность – 70 минут. Заданий – 10.

**1. Восстановите пример  $** + ** = 197$ . Вместо знака звездочки может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.**

Ответ:  $98 + 99$ ;  $99 + 98$ .

**2. Вычеркните в числе 26052013 любые пять цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим. Объясните выбранный Вами вариант.**

**Решение.** Должно остаться три цифры. Выбираем самую большую цифру среди первых шести цифр, это цифра 6, она останется не вычеркнутой. Далее выбираем наибольшую цифру, среди цифр, записанных правее 6, исключая последнюю цифру, это цифра 5. Также оставляем наибольшую среди цифр, расположенных правее 5. Таким образом, остаётся число 653.

Ответ: ~~2~~6052013.

**3. Три полицейских гнались по прямой дороге за одним жуликом, вырвавшимся от них. Усатый полицейский бежал со скоростью 6 км/ч, лысый полицейский – со скоростью 7 км/ч, а высокий – со скоростью 8 км/ч. Жулик убегал со скоростью 10 км/ч. Пробежав 3 часа, жулик залез на березу и притаился. А полицейские, пробежав по 5 часов каждый без завтрака, обеда и ужина, остановились и все трое подняли головы вверх. Один из полицейских увидел жулика на березе, обрадовался и арестовал его, а два других вернулись в полицию грустные. Какой полицейский арестовал жулика?**

Решение. 1.  $3 \cdot 10 = 30$  км – пробежал жулик.

2.  $5 \cdot 6 = 30$  км – пробежал усатый полицейский.

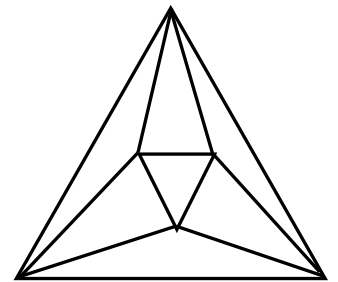
Другие полицейские пробежали большее расстояние.

Ответ: усатый.

*Примечание. По-видимому, ответ, что такое время жулик и полицейские бежать не могли, тоже нужно считать правильным и оценивать в 5 баллов :-)*

**4. Нарисуйте 6 точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались, и из каждой точки выходило бы ровно 4 отрезка.**

Решение. Один из вариантов приведен на рисунке.



**5. Уникум, готовясь к встрече с друзьями, положил в вазу фрукты: яблок и груш вместе было 9 штук, яблок и мандаринов – 11, а груш и мандаринов – 8. Сколько всего было фруктов? Каких фруктов было меньше всего? А каких больше? Определите количество фруктов каждого вида.**

Решение. 1. Меньше всего груш; больше всего яблок.

2.  $9 + 11 + 8 = 28$  – удвоенное количество фруктов.

3. 14 – общее количество фруктов.

4.  $14 - 9 = 5$  – количество мандаринов.

5.  $14 - 11 = 3$  – количество груш.

6.  $14 - 8 = 6$  – количество яблок.

Возможны другие варианты решения.

Ответ: 14; меньше всего груш; больше всего яблок; 3 груши, 5 мандаринов, 6 яблок.

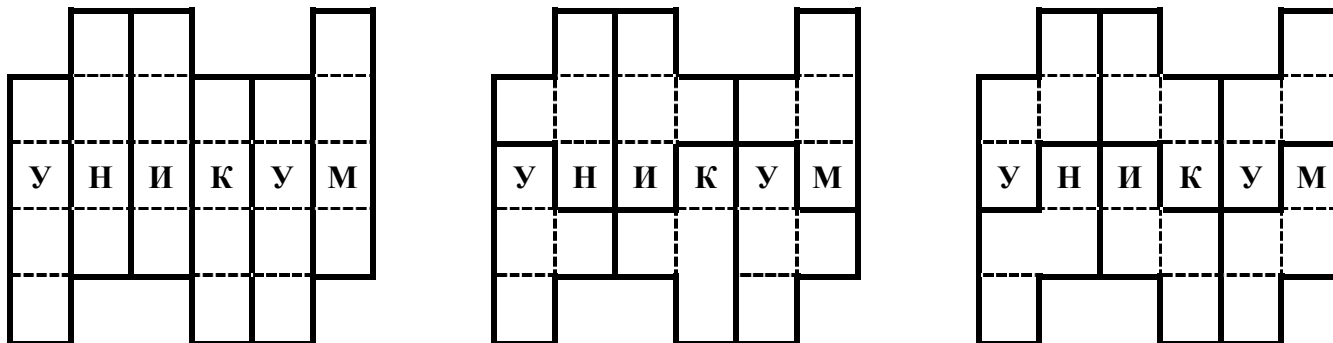
**6. Уникум придумал такую игру: он берет у дедушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 5 строчек и 5 столбцов. Потом он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.**

**Решение.** 1. 25 – общее число клеток на шахматной доске, число нечетное. Количество клеток, покрываемых домино – число четное, так как каждая доминошка закрывает ровно две клетки. Получили противоречие, Уникуму не сможет покрыть доску костями домино.

Ответ: не сможет.

7. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки двумя различными способами, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква. Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе.

Решение.



8. На острове правдолюбцев и лжецов живут правдолюбцы, всегда говорящие только правду, и лжецы, изрекающие только ложь. 2013 жителей острова правдолюбцев и лжецов встали в круг, и каждый из них заявил, что оба его соседа правдолюбцы. Сколько правдолюбцев и сколько лжецов могло быть среди этих 2013 человек? Укажите все ответы и обоснуйте их.

Решение. 1. Если один из 2013 жителей правдолюбец, то и его соседи правдолюбцы, следовательно, все 2013 человек правдолюбцы.

2. Если один из 2013 жителей лжец, то среди 2013 человек правдолюбцев уже не будет (по первому случаю). Следовательно, все 2013 человек лжецы.

Ответ: все 2013 человек правдолюбцы или все 2013 человек лжецы.

9. Если ребят в парке посадить по три человека на скамейку, то останется 2 незанятых скамейки. Если же рассадить по 2 человека, то все скамейки окажутся занятыми и еще 7 человек останутся без места. Определите, сколько учеников в классе и сколько скамеек.

Решение. 1.  $3 \cdot 2 + 7 = 13$  человек – разность между количеством школьников в случае, когда на каждой скамейке сидело по 3 человека, и случаем когда на каждой скамейке сидело по два человека.

Полученная разность равняется количеству скамеек.

2.  $3 \cdot (13 - 2) = 33$  ученика в классе.

Ответ: 33 ученика, 13 скамеек.

10. У Уникума была полная корзина бокренков. Сначала он встретил Машу и дал ей половину своих бокренков и еще пол-бокренчика. Потом он встретил Дашу и отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Затем Уникум потерял половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Наконец после того, как он встретил Сашу и снова отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка, корзина опустела. Сколько бокренков было у Уникума вначале? Что такое бокренки выяснить не удалось, так как к концу задачи их не осталось.

Решение. 1.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  бокренка – количество бокренков полученных Сашей.

1.  $1 + 1 = 2$  бокренка – количество бокренков потерянных Уникомом.

2.  $(2 + 1) + 1 = 4$  бокренка – количество бокренков полученных Дашей.

3.  $(4 + 2 + 1) + 1 = 8$  бокренков – количество бокренков полученных Машей.

4.  $8 + 4 + 2 + 1 = 15$  бокренков – общее количество бокренков, находившихся первоначально в корзине у Уникума.

Ответ. 15 бокренков.

## Решения и методические рекомендации по проверке

Олимпиада 4 класс. Длительность – 70 минут. Заданий – 10.

**1. Восстановите пример  $1*26 + 987 = 2 01*$ . Вместо знака звездочки может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.**

Ответ:  $1 026 + 987 = 2 013$ .

**2. В записи  $1*2*3*4*5$  замените звездочки знаками действий и расставьте скобки так, чтобы в результате получилось число 100.**

Ответ:  $1 \cdot (2 + 3) \cdot 4 \cdot 5 = 100$ .

**3. Сколько имеется пятизначных чисел, сумма цифр которых равна 2.**

Решение. 1. Сумма цифр числа равняется 2 только в двух случаях, когда две цифры 1, а остальные нули и когда одна из цифр 2, а остальные нули.

2. Пятизначное число второго вида единственно 20 000. Пятизначные числа первого вида – это числа, в которых первая цифра 1, а ещё одна единица стоит в одном из оставшихся четырёх разрядов. Таких вариантов 4.

Ответ: 5.

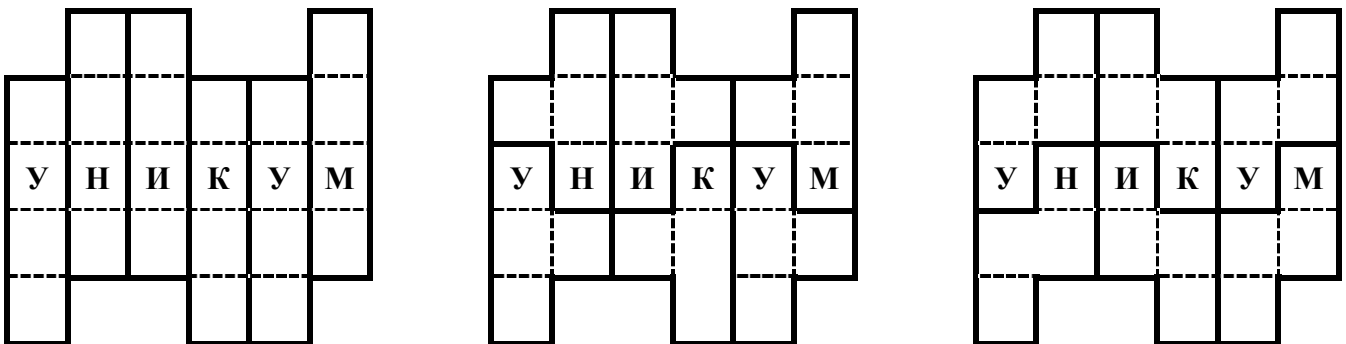
*Примечание. Ученик может просто перечислить пять искомых чисел – этого будет достаточно для получения 4 баллов, для максимальной оценки нужно ещё объяснить отсутствие других чисел.*

**4. Компьютер умножает число на 2, затем из этого результата вычитает число  $K$ , затем умножает результат на 2 и снова вычитает  $K$  и так далее. Каждую операцию (умножение и вычитание) он выполняет 2013 раз. Придумайте число, которое в результате описанной работы на компьютере, не изменится.**

Ответ: число  $K$ .

**5. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки как можно большим количеством различных способов, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква. Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе.**

Решение.



**6. У Уникума была полная корзина бокренков. Сначала он встретил Машу и дал ей половину своих бокренков и еще пол-бокренчика. Потом он встретил Дашу и отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Затем Уникум потерял половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка. Наконец после того, как он встретил Сашу и снова отдал ей половину оставшихся бокренков и еще пол-бокренка, корзина опустела. Сколько бокренков было у Уникума вначале? Что такое бокренки выяснить не удалось, так как к концу задачи их не осталось.**

Решение. 1.  $0,5 + 0,5 = 1$  бокренок – количество бокренков полученных Сашей.

5.  $1 + 1 = 2$  бокренка – количество бокренков потерянных Уникомом.

6.  $(2 + 1) + 1 = 4$  бокренка – количество бокренков полученных Дашей.

7.  $(4 + 2 + 1) + 1 = 8$  бокренков – количество бокренков полученных Машей.

8.  $8 + 4 + 2 + 1 = 15$  бокренков – общее количество бокренков, находившихся первоначально в корзине у Уникума.

Ответ. 15 бокренков.

7. На острове правдолюбцев и лжецов живут правдолюбцы, всегда говорящие только правду, и лжецы, изрекающие только ложь. Предполагается, что каждый обитатель острова или правдолюбец, или лжец.

Двое из трёх островитян *A*, *B* и *C* сделали следующие утверждения:

*A*: “Мы все лжецы.”

*B*: “Один из нас правдолюбец.”

Определите кто из трех островитян *A*, *B* и *C* правдолюбец и кто лжец?

Решение. 1. Высказывание *A* обязательно ложно. Следовательно, среди *A*, *B* и *C* один или два правдолюбца.

2. Если *B* правдолюбец, то *A* и *C* лжецы. *B* не может быть лжецом, так как в этом случае должно быть два правдолюбца, но *A* и *B* лжецы.

Ответ: *B* правдолюбец, *A* и *C* лжецы.

8. Три Уникума решили перекусить вместе, для этого один из них дал три бутерброда, второй – четыре бутерброда, а третий внёс 70 руб. Сколько из этих денег должен взять первый и сколько – второй Уникум, чтобы затраты всех трёх Уникумов были равными? Будем считать все бутерброды одинаковыми, Уникумы поделили их поровну.

Решение. 1.  $3 \cdot 70 = 210$  руб. – стоимость всех 7 бутербродов.

2.  $210 : 7 = 30$  руб. – стоимость одного бутерброда.

3.  $3 \cdot 30 - 70 = 20$  руб. – должен взять первый Уникум.

4.  $4 \cdot 30 - 70 = 50$  руб. – должен взять второй Уникум.

Ответ: 20 руб. – первый, 50 руб. – второй.

9. Назовем натуральное число «уникальным», если оно не изменяется при переворачивании листа, на котором записано число (нижняя и верхняя части листа меняются местами). Определите, сколько «уникальных» чисел среди четырехзначных чисел. В записи уникальных чисел будем использовать только цифры 0, 1, 6, 8, 9; примеры «уникальных» чисел: 1; 8; 69; 609.

Решение. 1. Если в четырехзначном «уникальном» числе определены первые две цифры, то последние две цифры определяются однозначно.

2. Подсчитаем количество вариантов первых двух цифр четырехзначного «уникального» числа.

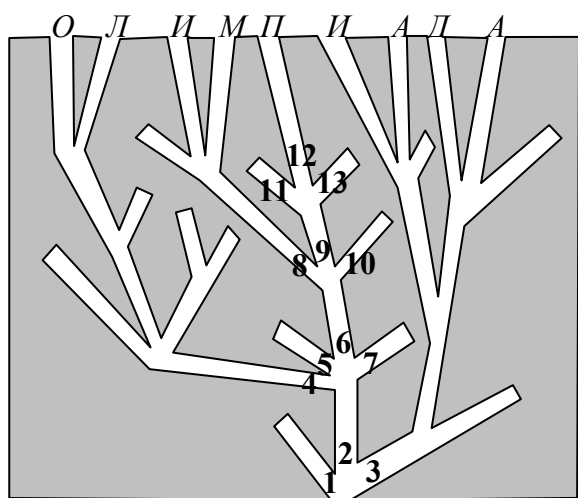
Первая цифра – это одна из четырех цифр 1, 6, 8, 9. Любой из первых цифр может соответствовать любая из пяти вторых цифр, стоящих на втором месте: 0, 1, 6, 8, 9. Таким образом, общее количество вариантов  $4 \cdot 5 = 20$ .

Ответ: 20.

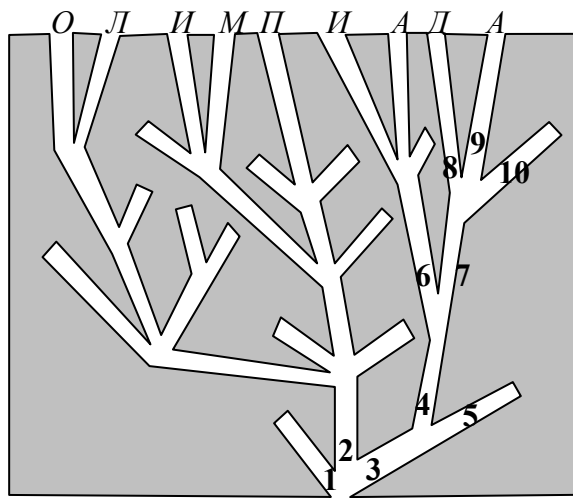
10. Уникум на досуге нарисовал лабиринт, в котором зашифровал путь от *Входа* до выхода *П* как 2210. Разгадайте шифр, предложенный Уникумом, и определите, на какой выход удастся попасть, если воспользоваться планом с шифром 3031?

Решение. 1. Шифр Уникума означает следующее: на каждом перекрестке все дороги нумеруются слева направо общей нумерацией (см. рисунок 1), в шифре указывается остаток от деления номера дороги на четыре.

2. Если воспользоваться планом 3031 и приведенным в пункте 1 шифром, то удастся попасть на выход *A* (вторая буква *A*) (рисунок 2).



Вход



Вход

Примечание. Возможно, автору задачи что-то не удалось учесть, и существуют другие логичные варианты шифрования пути, их также можно засчитывать.

## Решения и методические рекомендации по проверке

Олимпиада. 5 класс. Длительность – 80 минут. Заданий – 10.

**1. Злая колдунья, работая не покладая рук, превращает в гусениц по 30 принцесс в день. Сколько дней предстоит ей трудиться, чтоб превратить в гусениц 810 принцесс? Сколько принцесс в день придется ей превращать в гусениц, если она захочет управиться с этой работой за 15 дней?**

Решение. 1.  $810 : 30 = 27$  дней.

2.  $810 : 15 = 54$  принцессы в день.

Ответ: 27 дней; 54 принцессы в день.

**2. Вычислите  $201220122012 \cdot 2013 - 201320132013 \cdot 2012$ .**

Решение.  $201220122012 \cdot 2013 - 201320132013 \cdot 2012 = 2013 \cdot 2012 \cdot (100010001 - 100010001) = 0$ .

**3. Между некоторыми цифрами числа 1234567893 поставьте знаки арифметических действий так, чтобы значение полученного выражения равнялось 2013.**

Ответ:  $1 + 2345 - 6 \cdot 7 \cdot 8 + 9 : 3 = 2013$ .

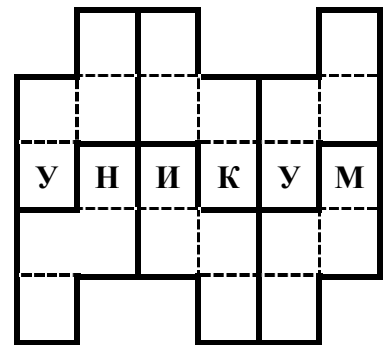
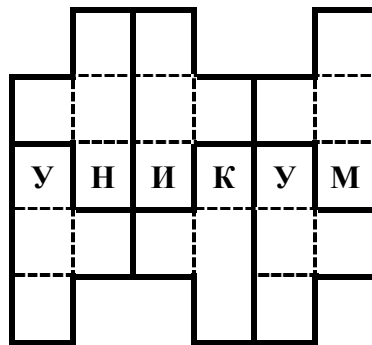
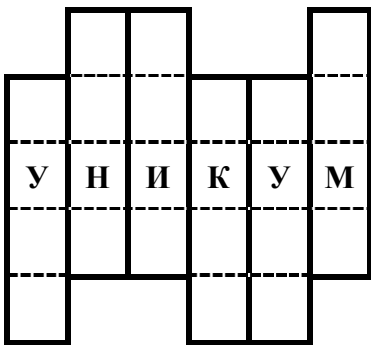
**4. Уникум придумал такую игру: он берет у бабушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 2013 строчек и 2013 столбцов. Потом он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.**

Решение. 1.  $2013 \cdot 2013$  – общее число клеток на шахматной доске, число нечетное. Количество клеток покрываемых домино – число четное, так как каждая доминошка закрывает ровно две клетки. Получили противоречие, Уникуму не сможет покрыть доску костями домино.

Ответ: не сможет.

**5. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей по линиям сетки всеми возможными различными способами, причем в каждой из полученных частей должна быть одна буква. Способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не совпадают при наложении с частями, полученным при другом способе. Докажите, что других способов, кроме предложенных Вами нет.**

Решение. Решение должно включать доказательство отсутствия других способов кроме указанных. Доказательство может строиться на основе анализа применения различных фигур, состоящих из четырех клеток.



**6. Три Уникума решили перекусить вместе, для этого один из них дал три бутерброда, второй – четыре бутерброда, а третий внёс 70 руб. Сколько из этих денег должен взять первый и сколько – второй Уникум, чтобы затраты всех трёх Уникумов были равными? Будем считать все бутерброды одинаковыми, Уникумы поделили их поровну.**

Решение. 1.  $3 \cdot 70 = 210$  руб. – стоимость всех 7 бутербродов.

2.  $210 : 7 = 30$  руб. – стоимость одного бутерброда.

3.  $3 \cdot 30 - 70 = 20$  руб. – должен взять первый Уникум.

4.  $4 \cdot 30 - 70 = 50$  руб. – должен взять второй Уникум.

Ответ: 20 руб. – первый, 50 руб. – второй.

**7. Назовем натуральное число «уникальным», если оно не изменяется при переворачивании листа, на котором записано число (нижняя и верхняя части листа меняются местами). Определите, сколько «уникальных» чисел среди шестизначных чисел. В записи уникальных чисел будем использовать только цифры 0, 1, 6, 8, 9; примеры «уникальных» чисел: 1; 8; 69; 609.**

Решение. 1. Если в шестизначном «уникальном» числе определены первые три цифры, то последние три цифры определяются однозначно.

2. Подсчитаем количество вариантов первых трёх цифр шестизначного «уникального» числа.

Первая цифра – это одна из четырех цифр 1, 6, 8, 9. Любой из первых цифр может соответствовать любая из пяти вторых цифр, стоящих на втором месте: 0, 1, 6, 8, 9. Любому варианту первых двух цифр может соответствовать любая из пяти третьих цифр 0, 1, 6, 8, 9. Таким образом, общее количество вариантов  $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ .

Ответ: 100.

**8. Уникум отправился на рыбалку, но забыл поплавок для удочки. В качестве поплавок он решил использовать кусочек жмыха, взятого для подкормки. Забросив удочку, Уникум заметил, что  $\frac{1}{4}$  часть**

**поплавок находится над водой, а  $\frac{3}{4}$  под водой. Такое соотношение надводной и подводной частей сохранялось всё время пока жмых не съели пять голодных мух, севшие на поплавок сверху, и карась, который ел жмых под водой. Скорость поедания жмыха одной мухой равна 0,1 грамма в минуту, карась съедал 1 грамм в минуту. Сколько съел карась, если первоначально жмых весил 9 граммов?**

*Примечание. Жмых – продукт, получаемый после отжима растительного масла из семян масличных культур.*

Решение. 1. Вне зависимости от того какие части находились под водой и над водой всё время пока жмых плавал его поедали мухи и карась.

2.  $5 \cdot 0,1 + 1 = 1,5$  г. – вес жмыха, съедаемого пятью мухами и карасем за минуту.

3.  $9 : 1,5 = 6$  м. – время, необходимое мухам и карасю на поедание всего жмыха.

4.  $6 \cdot 1 = 6$  г. – вес жмыха, съеденного карасем за 6 минут.

Ответ: 6 г.

**9. Сколькими нулями оканчивается произведение:  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2012 \cdot 2013$ ?**

Решение. 1. Количество нулей в конце числа равно наименьшей из степеней 2 и 5 в разложении данного числа на простые множители. В рассматриваемом произведении в разложении на простые множители 5 будет меньше, поэтому количество нулей совпадает со степенью 5.

2. Среди множителей данного произведения 402 числа (т.к.  $2013 : 5 = 402,6$ ), делящихся на 5; 80 чисел, делящихся на 25 (т.к.  $2013 : 25 = 80,52$ ); 16 чисел, делящихся на 125 (т.к.  $2013 : 125 = 16,104$ ); 3 числа, делящихся на 625 (т.к.  $2013 : 625 = 3,2208$ ).

Следовательно, в разложении произведения на простые множители число 5 будет содержаться в  $402 + 80 + 16 + 3 = 501$  степени.

Ответ: 501.

**10. На плоскости нарисован 2013-угольник. Двое играют в следующую игру. Они поочередно красят некоторым цветом 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 или 10 соседних сторон 2013-угольника, повторно закрашивать сторону нельзя. Тот, кому нельзя сделать ход, проигрывает. Кто из играющих может добиться гарантированной победы? Как он сможет это сделать?**

Решение. 1. Если первым ходом первый игрок закрасил нечетное число сторон, то следующим ходом второй игрок закрашивает четное число сторон, расположенных напротив хода первого игрока. В результате все незакрашенные стороны разбиваются на две группы с одинаковым числом сторон в каждой группе.

2. В дальнейшем второй игрок каждым своим ходом повторяет (по количеству закрашиваемых сторон и их расположению) предшествующий ход соперника, но из другой группы сторон. В результате у второго игрока всегда будет возможность хода, и рано или поздно первый игрок проиграет.

Ответ: выигрывает второй игрок.

## Решения и методические рекомендации по проверке

Олимпиада. 6 класс. Длительность – 80 минут. Заданий – 10.

**1. Восстановите пример  $*71 \cdot * = 20*3$ . Вместо знака звездочки  $*$  может стоять любая цифра. Укажите все возможные варианты.**

Ответ:  $671 \cdot 3 = 2013$ .

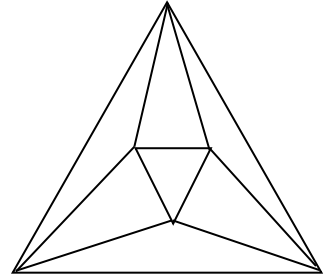
**2. К прекрасной принцессе каждую ночь приходит принц и поёт баллады. Ровно в полночь он выходит из своего замка и бредёт к башне принцессы со скоростью 5 км/ч. Два часа принц жутко воеет под окном принцессы, а потом с той же скоростью бредет обратно домой. В 6 утра принц приходит в замок. Узнай расстояние от замка принца до башни принцессы.**

Решение.  $(6 - 2) \cdot 5 : 2 = 10$  км.

Ответ: 10 км.

**3. Нарисуйте 6 точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались, и из каждой точки выходило бы ровно 4 отрезка.**

Решение. Один из вариантов приведен на рисунке.



**4. Уникум может сделать уборку квартиры за два часа, а его младший брат за три часа. За сколько времени два брата могли бы вместе убрать квартиру?**

Решение. 1. Уникум за час убирает  $\frac{1}{2}$  квартиры, а его брат –  $\frac{1}{3}$ .

2.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$  – часть квартиры, убираемая братьями за час при совместной работе.

3.  $1 : \frac{5}{6} = \frac{6}{5}$  ч. = 1 ч. 12 мин. – время, необходимое братьям для уборки квартиры.

Ответ: 1 ч. 12 мин. (ответ может быть дан только в часах или только в минутах).

**5. Между некоторыми цифрами числа 1234567893 поставьте знаки арифметических действий так, чтобы значение полученного выражения равнялось 2013.**

Ответ:  $1 + 2345 - 6 \cdot 7 \cdot 8 + 9 : 3 = 2013$ .

**6. Два Уникума выписывают 2012-значное число, ставя цифры по очереди, начиная со старшего разряда. Может ли, Уникум, который ходит вторым, добиться того, чтобы полученное число делилось на 9? Объясните ответ.**

Решение. Второй Уникум может добиться нужного результата, если каждым ходом будет ставить цифру, образующую в сумме с предшествующей цифрой, поставленной первым Уникумом, число 9. В итоге сумма цифр числа будет делиться на 9, а, следовательно, и само число будет делиться на 9.

Ответ: может.

**7. При делении числа на 56 в остатке получилось 30. Как изменится частное и сколько получится в остатке, если то же число разделить на 14?**

Решение. 1. Пусть  $a$  – исходное число, а  $b$  – частное от деления  $a$  на 56. Тогда  $a = 56b + 30$ .

2. Разделим  $a$  на 14, тогда  $56b : 14 = 4b$ ,  $30 = 14 \cdot 2 + 2$ . Таким образом при делении на 14 в частном получится  $4b + 2$ , а в остатке 2.

Ответ: итоговое частное будет на 2 больше чем четверное исходное частное, остаток равен 2.

8. Уникум отправился на рыбалку, но забыл поплавок для удочки. В качестве поплавка он решил использовать кусочек жмыха, взятого для подкормки. Забросив удочку, Уникум заметил, что  $\frac{1}{4}$  часть поплавка находится над водой, а  $\frac{3}{4}$  под водой. Такое соотношение надводной и подводной частей сохранялось всё время пока жмых не съели пять голодных мух, севшие на поплавок сверху, и карась, который ел жмых под водой. Скорость поедания жмыха одной мухой равна 0,1 грамма в минуту, карась съедает 1 грамм в минуту. Сколько съел карась, если первоначально жмых весил 9 граммов?

*Примечание. Жмых – продукт, получаемый после отжима растительного масла из семян масличных культур.*

**Решение.** 1. Вне зависимости от того какие части находились под водой и над водой всё время пока жмых плавал его поедали мухи и карась.

2.  $5 \cdot 0,1 + 1 = 1,5$  г. – вес жмыха, съедаемого пятью мухами и карасем за минуту.

3.  $9 : 1,5 = 6$  м. – время, необходимое мухам и карасю на поедание всего жмыха.

4.  $6 \cdot 1 = 6$  г. – вес жмыха, съеденного карасем за 6 минут.

Ответ: 6 г.

9. Всегда ли среди 3 000 произвольных натуральных чисел найдутся два числа, разность которых делится на 2013? Объясните ответ.

**Решение.** 1. На 2013 делится разность двух чисел имеющих одинаковые остатки при делении на 2013.

2. Различных возможных вариантов остатков при делении на 2013 всего 2013: 0; 1; 2; ...; 2011; 2012.

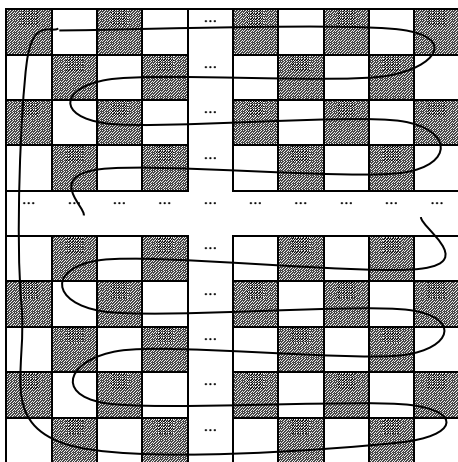
Поэтому среди 3 000 произвольных натуральных чисел обязательно найдутся, как минимум два числа, имеющих одинаковые остатки при делении на 2013, разность этих чисел будет делиться на 2013.

**Ответ:** да, найдутся

10. Уникум придумал такую игру: он берет у дедушки большой кусок фанеры и раскрашивает его так, что у него получается шахматная доска из 2012 строчек и 2013 столбцов. Потом он вбивает в две из полученных клеток по гвоздю. Затем он берет кости домино и пытается покрыть ими полученную доску так, чтобы все клеточки были закрыты, не было наложений и никакие доминошки не торчали за края доски (каждая доминошка покрывает ровно две соседние клеточки). Клетки, в которые забиты гвозди, доминошками не прикрываются. Помогите Уникуму понять, сможет ли он это сделать.

**Решение.** 1. Первоначальное количество клеток каждого цвета на куске фанеры одинаково. Количество клеток каждого цвета, закрываемых домино, также одинаково. Поэтому если Уникум забил гвозди в одноцветные клетки, то покрыть оставшиеся клетки домино ему не удастся.

2. Если Уникум забил гвозди в разноцветные клетки, то соединим все клетки замкнутой цепью, как показано на рисунке.



Любые две разноцветные клетки, в которые Уникум забил гвозди, разобьют цепь на две части, с разноцветными концами. Каждую из этих частей можно перекрыть костями домино.

**Ответ:** не сможет, если гвозди забиты в одноцветные клетки; сможет – если клетки разного цвета.