

Задания I открытой олимпиады по математике «Уникум»,

30 мая 2010

3-4 классы

Длительность – 70 минут. Количество заданий – 10.

Решение задач должно содержать необходимые пояснения. Все варианты ответов, если их несколько, должны быть указаны. Если ответ один, то должны быть объяснения, почему нет других вариантов ответов. Желаем успеха!

1. Поставьте в записи $1 * 3 * 2 * 1 * 2 = 10$ вместо звездочек знаки арифметических действий: +, −, •, : так, чтобы получилось верное равенство. Укажите всевозможные варианты расстановки знаков.

Ответ: $1 + 3 \cdot 2 + 1 + 2 = 10$.

2. Уникум посадил 12 саженцев. Из всех саженцев, кроме пяти, выросли яблони. На всех яблонях, кроме двух, растут яблоки. Яблоки со всех плодоносящих яблонь, кроме одной, невкусные. На скольких яблонях вкусные яблоки?

Решение. Значение имеет только предпоследнее предложение: “Яблоки со всех плодоносящих яблонь, кроме одного, невкусные”. Более длинные, но правильные объяснения, также засчитываются.

Ответ: на 1 яблони.

3. Маша приготовила бабушке с дедушкой сладости: конфет и кексов вместе было 7 штук, пирогов и кексов – 9, а конфет и пирогов – 6. Сколько всего было сладостей?

Решение. 1. $7 + 9 + 6 = 22$ – удвоенное количество сладостей.

2. $22 : 2 = 11$.

Возможны другие варианты решения.

Ответ: 11.

4. В клетках квадрата 3x3 были записаны числа так, что суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали были одинаковыми. Некоторые числа стерли. Восстановите стертые числа.

7	9	2
1	6	11
10	3	5

Ответ: см. рисунок.

5. Маша, Ирина и Света носят банты только одного цвета: красного, синего или белого. Маша сказала: “Ирина не любит синий цвет”. Ирина сказала: “Света носит белые банты”. Света сказала: “Вы обе говорите неправду”. Кто какой цвет предпочитает, если Света всегда говорит правду?

Ответ: Ирина – синие; Света – красные; Маша – белые.

6. Юля и Саша сидят в классе в одном ряду, Юля – за четвертой партой, если считать с начала ряда, а Саша – за четвертой, если считать с конца. Между ними есть еще одна парта. Сколько всего парт может стоять в этом ряду?

Ответ: 9 или 5.

7. Два Уникума ловят в пруду двух щук за две минуты. Сколько Уникумов поймают пять щук за пять минут?

Решение. 1. Каждый Уникум ловит щуку за две минуты.

2. Один Уникум поймает пять щук за 10 минут.

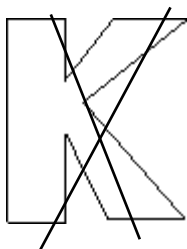
3. Два Уникума поймают пять щук за пять минут.

Ответ: 2.

Комментарий. Конечно, средняя скорость улова с практической точки зрения вещь бессмысленная. Но мы и не говорим, что один Уникум поймает за 5 минут 5,5 щук.

8. На день рождения Карлсона испекли торт в форме большой буквы «К». В гости к Карлсону придут 7 гостей. Разрежьте торт двумя прямыми разрезами на 8 частей.

Ответ:



9. Путешественнику необходимо совершить шестидневный переход через бесплодную пустыню. Сам путешественник и сопровождающий его носильщик могут взять с собой каждый лишь четырехдневный запас

пищи и воды для одного человека. Какое наименьшее число носильщиков потребуется для этого перехода?

Решение. 1. Одного носильщика не хватит, так как через один день он может отдать путешественнику только однодневный запас, через два дня у него останется запас только для возвращения в исходный пункт. (промежуточные варианты также не дают эффекта).

2. Двух носильщиков достаточно. Один из носильщиков после первого дня отдаст по однодневному запасу путешественнику и другому носильщику. Второй носильщик через два дня отдаст однодневный запас путешественнику. В итоге путешественник совершит шестидневный переход, а каждый из путешественников сумеет вернуться в исходный пункт.

Ответ: 2 носильщика.

10. Сколько дедушке лет столько месяцев внучке. Дедушке с внучкой вместе 78 лет. Сколько лет дедушке и сколько внучке?

Ответ: 72 и 6.

5-6 классы

Длительность – 80 минут. Количество заданий – 10.

1. Поставьте в записи $2 * 15 * 7 * 5 * 2 = 100$ вместо звездочек знаки арифметических действий: +, -, •, : так, чтобы получилось верное равенство. Укажите всевозможные варианты расстановки знаков.

Ответ: $2 + 15 \cdot 7 - 5 - 2 = 100$ или $2 \cdot 15 + 7 \cdot 5 \cdot 2 = 100$.

2. В саду посадила 2010 саженцев. Из всех саженцев, кроме 1000, выросли груши. На всех грушах, кроме 10, растут плоды. Плоды со всех плодоносящих груш, кроме одной, невкусные. На скольких грушах вкусные плоды?

Решение. Значение имеет только предпоследнее предложение: “Груши со всех плодоносящих груш, кроме одного, невкусные”. Более длинные, но правильные объяснения, также засчитываются).

Ответ: на 1 груше.

3. Маша приготовила бабушке с дедушкой сладости: конфет и кексов вместе было 7 штук, пирогов и кексов – 9, а конфет и пирогов – 6. Сколько было сладостей каждого вида?

Решение. 1. $7 + 9 + 6 = 22$ – удвоенное количество сладостей.

2. $22 : 2 = 11$.

Возможны другие варианты решения.

Ответ: 11.

4. В клетках квадрата 3 x 3 были записаны числа так, что сумма чисел в каждой строке, в каждом столбце и на каждой диагонали были одинаковыми. Некоторые числа стерли. Восстановите стертые числа.

Решение. Иллюстрация решения приведена на рисунке.

Ответ:

17	$A - 1$	2
1	16	$A + 1$
A	3	15

17	29	2
1	16	31
30	3	15

Условие задачи выполняется, если $17 + 16 + 15 = 18 + A$.

Следовательно, $A = 30$.

5. Маша, Ирина и Света носят банты только одного цвета: красного, синего или белого. Маша сказала: “Ирина не любит синий цвет”. Ирина сказала: “Света носит белые банты”. Света сказала: “Вы обе говорите неправду”. Кто какой цвет предпочитает, если Света всегда говорит правду?

Ответ: Ирина – синие; Света – красные; Маша – белые.

6. Юля и Саша купили билеты в кино на разные ряды, Юля – на пятый ряд, если считать с начала зрительного зала, а Саша – на пятый ряд, если считать с конца. Между ними есть еще два ряда. Сколько всего рядов может быть в зрительном зале?

Ответ: 12 или 6.

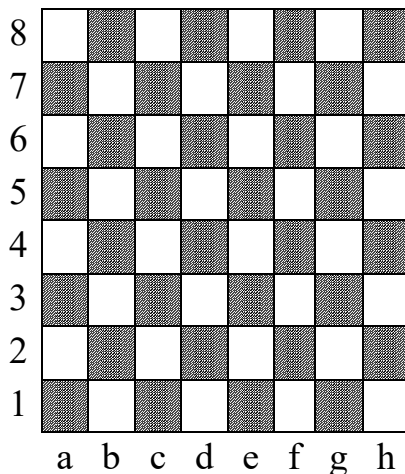
7. Два котенка ловят трех мышей за две минуты. Сколько нужно котят, чтобы они поймали восемнадцать мышей за шесть минут?

Решение. 1. Два котенка ловят 18 мышей за 12 минут.

2. Для ловли восемнадцати мышей за 6 минут достаточно четырех котят.

Ответ: 4.

8. На поле a1 шахматной доски стоит ладья. Два игрока передвигают ее по очереди, либо вправо, либо вверх на любое число клеток. Выиграет тот, кто поставит ладью на поле h8. Кто победит при правильной игре, первый или второй игрок, и как он должен играть?



Решение. Если анализировать игру от её завершения, то выигрышными позициями для второго игрока будут g7, f6, e5, d4, c3, b2 (клетки на диагонали от левого нижнего угла до правого верхнего). Второй игрок выигрывает, если каждым своим ходом будет ставить ладью в указанные клетки. У первого игрока не будет такой возможности и шансов победить.

9. Путешественнику необходимо совершить шестидневный переход через бесплодную пустыню. Сам путешественник и сопровождающий его носильщик могут взять с собой каждый лишь четырехдневный запас пищи и воды для одного человека. Какое наименьшее число носильщиков потребуется для этого перехода? Какое наименьшее число носильщиков потребуется для восьмидневного перехода, если путешественник и каждый из носильщиков могут взять с собой пятидневный запас пищи и воды для одного человека?

Решение. 1 часть. 1. Одного носильщика не хватит, так как через один день он может отдать путешественнику только однодневный запас, через два дня у него останется запас только для возвращения в исходный пункт. (промежуточные варианты также не дают эффекта).

2. Двух носильщиков достаточно. Один из носильщиков после первого дня отдаст по однодневному запасу путешественнику и другому носильщику. Второй носильщик через два дня отдаст однодневный запас путешественнику. В итоге путешественник совершит шестидневный переход, а каждый из путешественников сумеет вернуться в исходный пункт.

2 часть. 1. Одного носильщика не хватит потому, что и через один, и через два дня он может отдать путешественнику только однодневный запас (промежуточные варианты также не дают эффекта).

2. Двух носильщиков также недостаточно. У троих человек исходно пятнадцатидневный запас, путешественнику требуется восьмидневный запас, на двух носильщиков остается семидневный запас. Максимум один из носильщиков может пройти один день и вернуться, а другой два дня и вернуться, но этого недостаточно.

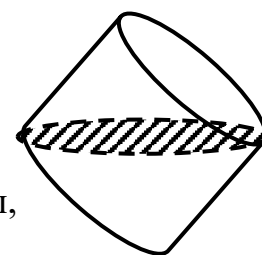
3. Трех носильщиков достаточно. Проиллюстрируем это таблицей. В таблице для каждого носильщика указано количество имеющихся запасов с учетом того, что он передал другим.

	Путешественник	1-й носильщик	2-й носильщик	3-й носильщик
Первоначально	5	5	5	5
Через 1 день	5	1	5	5
Через 2 дня	5		2	5
Через 3 дня	5			3

Ответ: 1 часть: 2 носильщика; 1 часть: 3 носильщика.

10. У двух Уникумов, стоящих на берегу озера, имеются две цилиндрические ёмкости вместимостью соответственно 4 и 6 литров. Требуется налить в одну из ёмкостей ровно 1 литр воды. Как этого добиться?

Решение. 1. Налив в большую ёмкость воду как показано на рисунке получим 3 литра жидкости.



2. Отольём из большей ёмкости в меньшую 2 литра воды, способом аналогичным первому шагу. В большой ёмкости останется 1 литр жидкости.