

## Матбои-2017, 8.04.2017, четвертьфинал



1. На рёбрах куба расположены точки (возможно по несколько на одном). Причём никакие четыре из них не лежат в одной плоскости. Чему равно их максимально возможное количество?

2. Нерадивый читатель вырвал из книги три листа. После этого сумма цифр, использовавшихся для нумерации страниц, составила 1010. Определите, сколько могло быть страниц в книге первоначально. Каждый лист содержит две страницы, с номерами  $(2n - 1)$  и  $(2n)$ .

3. В основании призмы лежит 2017-угольник. Можно ли все её вершины раскрасить в три цвета так, чтобы соседи каждой вершины по ребрам были всех трёх цветов?

4. Четвероклассник Серёжа написал на листе бумаги 7 натуральных чисел. Подойдя к папе, он спросил его, сможет ли он их отгадать. Папа подумал и сказал: «Хорошо, смогу. Я назову свои 7 натуральных чисел, а ты умножь их на свои в той же последовательности, и сообщи сумму полученных произведений мне. Затем я назову ещё 7 натуральных чисел, а ты опять сделай то же, что и в первый раз.» Каким образом папа собирается отгадывать числа? *Примечание: натуральные числа в наборах Серёжи, папы и между наборами могут совпадать.*

5. Дан прямоугольник  $ABCD$ . Найдите геометрическое место точек, суммы расстояний от которых до точек  $A$  и  $C$  равны сумме расстояний до точек  $B$  и  $D$ .

6.  $M_1M_2$  общая хорда окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , центры которых  $O_1$  и  $O_2$ . Большая из данных окружностей проходит через центр меньшей. На отрезке  $M_1M_2$  отмечена точка  $F$  такая, что  $M_2F : FM_1 = 2$ . Прямая  $M_1M_2$  образует с прямой, проходящей через центр меньшей окружности и точку  $F$ , угол в  $45^\circ$ . Найдите отношение радиусов окружностей.

7. В центре «Стратегия» преподаватель как-то принёс в класс четыре мешочка, в каждом из которых лежало по одному камню: белому или чёрному. Он сказал ученикам: «За один шаг Вы можете выбрать несколько мешочков, а я скажу, сколько белых камней там». Смогут ли ученики за три шага всегда определить, какой камень, в каком мешочке? Если это возможно то, как им получить желаемый результат?

8. Можно ли плоскость покрыть в один слой без наложений открытыми интервалами (открытые интервалы – это отрезки, не содержащие крайние точки)?

## Матбои-2017, 8.04.2017, четвертьфинал

1. На рёбрах куба расположены точки (возможно по несколько на одном). Причём никакие четыре из них не лежат в одной плоскости. Чему равно их максимально возможное количество?



2. Нерадивый читатель вырвал из книги три листа. После этого сумма цифр, использовавшихся для нумерации страниц, составила 1010. Определите, сколько могло быть страниц в книге первоначально. Каждый лист содержит две страницы, с номерами  $(2n - 1)$  и  $(2n)$ .

3. В основании призмы лежит 2017-угольник. Можно ли все её вершины раскрасить в три цвета так, чтобы соседи каждой вершины по ребрам были всех трёх цветов?

4. Четвероклассник Серёжа написал на листе бумаги 7 натуральных чисел. Подойдя к папе, он спросил его, сможет ли он их отгадать. Папа подумал и сказал: “Хорошо, смогу. Я назову свои 7 натуральных чисел, а ты умножь их на свои в той же последовательности, и сообщи сумму полученных произведений мне. Затем я назову ещё 7 натуральных чисел, а ты опять сделай то же, что и в первый раз.” Каким образом папа собирается отгадывать числа? *Примечание: натуральные числа в наборах Васи, папы и между наборами могут совпадать.*

5. Дан прямоугольник  $ABCD$ . Найдите геометрическое место точек, суммы расстояний от которых до точек  $A$  и  $C$  равны сумме расстояний до точек  $B$  и  $D$ .

6.  $M_1M_2$  общая хорда окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , центры которых  $O_1$  и  $O_2$ . Большая из данных окружностей проходит через центр меньшей. На отрезке  $M_1M_2$  отмечена точка  $F$  такая, что  $M_2F : FM_1 = 2$ . Прямая  $M_1M_2$  образует с прямой, проходящей через центр меньшей окружности и точку  $F$ , угол в  $45^\circ$ . Найдите отношение радиусов окружностей.

7. В центре “Стратегия” преподаватель как-то принёс в класс четыре мешочка, в каждом из которых лежало по одному камню: белому или чёрному. Он сказал ученикам: «За один шаг Вы можете выбрать несколько мешочков, а я скажу, сколько белых камней там». Смогут ли ученики за три шага всегда определить, какой камень, в каком мешочке? Если это возможно то, как им получить желаемый результат?

8. Можно ли плоскость покрыть в один слой без наложений открытыми интервалами (открытые интервалы – это отрезки, не содержащие крайние точки)?