Матбои-2017, 9.04.2017, полуфинал А

1. Есть две кучки орехов, в одной 2018 орехов, а в другой – 2017. Два игрока по очереди делают ход: съедают все орехи из одной кучки (орешки кедровые, поэтому 2000 не так много), и делят другую на какие-нибудь две части. Тот, кто не сможет сделать ход – проиграл. Кто выиграет при правильной игре?

2. В деревне Урожайной близко друг от друга находятся два огорода: огород Бабы Любы и огород Бабы Зины. И та и другая выращивают картошку и помидоры. В 2016 году в один из дней середины лета в 8:00 утра на этих грядках было в общей сложности 2017 колорадских жуков. Каждую минуту два колорадских жука с какой-нибудь одной грядки (картошки или помидоров) какого-нибудь огорода перелетали на соседний огород и садились один на картошку, другой на помидоры. Могло ли в течение дня оказаться, что на каждом из огородов количество колорадских жуков на картошке и помидорах поменялось (по сравнению с первоначальным)?

3. В 2016 году на Липецкой Математической Олимпиаде за 11 класс было предложено 6 задач. Каждую задачу решили 50 человек, но никакие два школьника не решили в общей сложности все задачи. Каково минимально возможное число участников олимпиады?

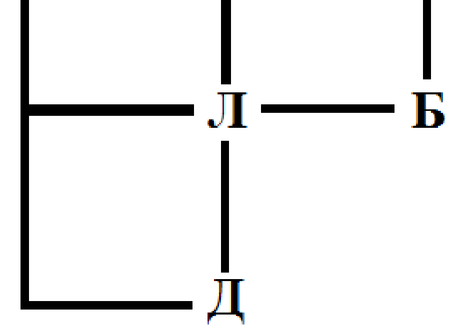
4. Можно ли плоскость покрыть без наложений в один слой отрезками?

5. На общей хорде окружностей ω_1 и ω_2 взята точка K. Прямая a, проходящая через точку K пересекает окружность ω_1 в точках E и F_1, а окружность ω_2 в точках F и E_1. Причем точка E_1 лежит между точками E и F_1, а точка F_1 – между точками F и E_1. Прямая b, проходящая через точку K пересекает окружность ω_1 в точках M и N_1, а окружность ω_2 в точках N и M_1. Причем точка M_1 лежит между точками M и N_1, а точка N_1 – между точками N и M_1. Прямая E_1N_1 пересекает окружность ω_1 в точке C. Докажите, что угол CF_1M равен углу EFM.

6. Из натуральных чисел $k_1, k_2, \ldots, k_n$ ни одно не превышает своего номера, и их сумма чётна. Докажите, что одно из чисел $k_1 \pm k_2 \pm \ldots \pm k_n$ равно нулю.

7. На 2017 карточках написаны все числа от 1 до 2017 (по одному на карточке). Ученик может за один вопрос узнать у учителя числа на трёх карточках (учитель в ответ на вопрос сообщает три числа, но не говорит какое число на какой карточке). За какое минимальное число вопросов он гарантированно может узнать числа на всех карточках?

8. Колобок и вероятность. Колобок (вершина К) гуляет по лесу, схема которого приведена на рисунке. Находясь на перекрёстке, Колобок случайным образом решает, куда ему идти дальше, при этом он может развернуться и пойти обратно. Колобок окажется в безопасности, если дойдёт до перекрёстка с бабушкой (Б) или дедушкой (Д) раньше, чем до перекрёстка с лисой (Л). Найдите вероятность такого события.



Матбои-2017, 9.04.2017, полуфинал А

1. Есть две кучки орехов, в одной 2018 орехов, а в другой – 2017. Два игрока по очереди делают ход: съедают все орехи из одной кучки (орешки кедровые, поэтому 2000 не так много), и делят другую на какие-нибудь две части. Тот, кто не сможет сделать ход – проиграл. Кто выиграет при правильной игре?

2. В деревне Урожайной близко друг от друга находятся два огорода: огород Бабы Любы и огород Бабы Зины. И та и другая выращивают картошку и помидоры. В 2016 году в один из дней середины лета в 8:00 утра на этих грядках было в общей сложности 2017 колорадских жуков. Каждую минуту два колорадских жука с какой-нибудь одной грядки (картошки или помидоров) какого-нибудь огорода перелетали на соседний огород и садились один на картошку, другой на помидоры. Могло ли в течение дня оказаться, что на каждом из огородов количество колорадских жуков на картошке и помидорах поменялось (по сравнению с первоначальным)?

3. В 2016 году на Липецкой Математической Олимпиаде за 11 класс было предложено 6 задач. Каждую задачу решили 50 человек, но никакие два школьника не решили в общей сложности все задачи. Каково минимально возможное число участников олимпиады?

4. Можно ли плоскость покрыть без наложений в один слой отрезками?

5. На общей хорде окружностей ω_1 и ω_2 взята точка K. Прямая a, проходящая через точку K пересекает окружность ω_1 в точках E и F_1, а окружность ω_2 в точках F и E_1. Причем точка E_1 лежит между точками E и F_1, а точка F_1 – между точками F и E_1. Прямая b, проходящая через точку K пересекает окружность ω_1 в точках M и N_1, а окружность ω_2 в точках N и M_1. Причем точка M_1 лежит между точками M и N_1, а точка N_1 – между точками N и M_1. Прямая E_1N_1 пересекает окружность ω_1 в точке C. Докажите, что угол CF_1M равен углу EFM.

6. Из натуральных чисел $k_1, k_2, \ldots, k_n$ ни одно не превышает своего номера, и их сумма чётна. Докажите, что одно из чисел $k_1 \pm k_2 \pm \ldots \pm k_n$ равно нулю.

7. На 2017 карточках написаны все числа от 1 до 2017 (по одному на карточке). Ученик может за один вопрос узнать у учителя числа на трёх карточках (учитель в ответ на вопрос сообщает три числа, но не говорит какое число на какой карточке). За какое минимальное число вопросов он гарантированно может узнать числа на всех карточках?

8. Колобок и вероятность. Колобок (вершина К) гуляет по лесу, схема которого приведена на рисунке. Находясь на перекрёстке, Колобок случайным образом решает, куда ему идти дальше, при этом он может развернуться и пойти обратно. Колобок окажется в безопасности, если дойдёт до перекрёстка с бабушкой (Б) или дедушкой (Д) раньше, чем до перекрёстка с лисой (Л). Найдите вероятность такого события.